

Второй тур

8 класс

42. В каждой клетке доски 10×10 стоят нули. За один ход можно прибавить по единице ко всем числам одной строки или ко всем числам одного столбца. После нескольких ходов оказалось, что во всех клетках диагонали, идущей из левого верхнего угла в правый нижний, стоят одинаковые числа, причем они не меньше чем любое из оставшихся чисел на доске. Докажите, что все числа на доске равны.

43. На луче $(0, +\infty)$ числовой прямой расположены несколько (более двух) отрезков длины 1. Для каждого двух разных отрезков на них можно выбрать по одному числу так, чтобы эти числа отличались ровно в 2 раза. Левый конец самого левого отрезка — число a , правый конец самого правого отрезка — число b . Какое наибольшее значение может принимать величина $b - a$?

44. Дан равнобедренный треугольник ABC . На продолжениях основания AC за точки A и C выбраны точки D и E соответственно. На продолжении CB за точку B выбрана точка F . Известно, что $AD = BF$ и $CE = CF$. Докажите, что $BD + CF > EF$.

45. Дан 129-угольник. Петя и Вася играют в игру. Они по очереди отмечают вершины этого многоугольника, первый ход делает Петя. Петя каждым своим ходом может отметить любую ещё не отмеченную вершину. Вася своим ходом может отметить любую неотмеченную вершину, находящуюся через одну от той, которую на последнем ходу отметил Петя. Игра заканчивается, когда Вася не сможет сделать свой ход. Какое наибольшее количество ходов заведомо сможет сделать Вася независимо от игры Пети?

46. У Саши есть очень длинная полоска бумаги и 2019-значное число n . Он выписывает на полоску подряд без пробелов последовательные натуральные числа, начиная с n : $n, n + 1, n + 2, \dots$. Докажите, что рано или поздно после выписывания очередного числа на полоске окажется число, делящееся на 101.

47. Внутри равностороннего треугольника ABC выбраны точки P и Q таким образом, что P находится внутри треугольника AQB , $PQ = QC$ и $\angle PAQ = \angle PBQ = 30^\circ$. Найдите $\angle AQB$.

48. На доске нарисован выпуклый 1000-угольник. Дима хочет отметить в нем 500 точек и соединить каждую из них ломаными хотя бы с четырьмя вершинами. Все эти ломаные должны не пересекать друг друга и сторон 1000-угольника (но могут иметь общие концы). Удастся ли ему это сделать?