

**Условия задач 2019-2020 учебного года.  
Первый тур**

**8 класс**

9. Саша, Андрей и Оля выбрали по натуральному числу. Каждый из них умножил числа, выбранные двумя другими ребятами, на свое число и вычел меньшее произведение из большего. У Саши получилось 1, а у Андрея 49. Сколько могло получиться у Оли? Приведите все возможные варианты и докажите, что других нет.

10. На окружности поставлено 100 красных, 101 синих и 102 зелёных точки, причём никакие две точки одинакового цвета не стоят рядом. Докажите, что найдётся синяя точка, у которой оба соседа зелёные.

11. Клетчатый прямоугольник  $99 \times 100$  (99 строк, 100 столбцов) разбит на полоски  $1 \times 3$  таким образом, что в каждом столбце содержится ровно  $k$  вертикальных полосок. Чему может быть равно  $k$ ?

12. В трапеции  $ABCD$  основание  $BC$  в два раза короче  $AD$ . Внутри трапеции отмечена такая точка  $F$ , что  $AB = FB$ . Докажите, что прямая, соединяющая точку  $C$  с серединой отрезка  $FD$ , перпендикулярна  $FA$ .

13. Существуют ли 10 000 последовательных восьмизначных чисел, которые можно разбить на 97 групп с равными суммами?