

Второй тур

7 класс

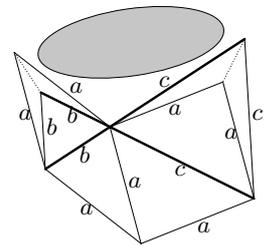
35. Имеется несколько параллельных рельсов. На этих рельсах стоят 30 грузовых и 20 пассажирских вагонов, каждый вагон — на двух соседних рельсах. Вагон называется *подвижным*, если оба рельса, на которых он стоит, не заняты другими вагонами (на приведенном рисунке нет подвижных вагонов). Среди пассажирских вагонов подвижных ровно 10, а среди грузовых — ровно 9. Докажите, что есть рельс, на котором стоят колёса хотя бы двух грузовых вагонов.

36. Пара натуральных чисел $a > b$ называется *хорошей*, если НОК этих чисел делится на их разность. Среди всех натуральных делителей числа n удалось найти ровно одну хорошую пару. Чему может быть равно n ?

37. В равнобедренном треугольнике ABC проведена биссектриса AK . На основании AC выбрана точка D так, что $BC = CD$. Докажите, что можно сложить равнобедренный треугольник с боковой стороной BK и основанием BD .

38. Дима и Гоша играют в «нолики-нолики». В начале игры Гоша рисует таблицу $14 \times n$ (число n выбирает Гоша). За один ход можно поставить один нолик в любую пустую клетку. Ходят по очереди, первым ходит Гоша. Выигрывает тот игрок, после хода которого образуется 7 подряд стоящих ноликов по вертикали или по горизонтали. Кто из игроков может выиграть, как бы ни играл его соперник?

39. Возле озера разбит парк, на рисунке приведена его схема. Все дорожки в парке прямые (и без перепадов высот). На схеме указаны длины всех участков дорог. Две пересекающиеся прямые дорожки заасфальтированы, эти дорожки на схеме выделены жирным. Планируется проложить еще две прямые дорожки, изображенные пунктиром. Докажите, что они будут иметь одинаковую длину.



40. В вершинах выпуклого 2020-угольника расставлены числа, причем среди любых трех последовательных вершин найдется как вершина с числом 7, так и с числом 6. На каждом отрезке, соединяющем две вершины, написано произведение чисел в этих двух вершинах. Андрей посчитал сумму чисел, написанных на сторонах многоугольника, и получил в сумме A , а Саша — на диагоналях, соединяющих вершины через одну, и получил в сумме C . Найдите наибольшее возможное значение разности $C - A$.

41. На доске написано натуральное число M . Оля выбирает натуральное число N и приписывает к числу M справа число 1, затем число 2, и т.д. до числа N . Докажите, что Оля может выбрать число N таким образом, чтобы получившееся число делилось на 77.