

9 класс

14.  $f(x)$  — квадратный трехчлен с положительным старшим коэффициентом. Наименьшее значение квадратного трехчлена  $f(2x) - f(x)$  равно  $-1$ . Найдите наименьшее значение квадратного трехчлена  $f(3x) - f(x)$ .  
(А. Голованов)

15. Дано натуральное число  $n$ . В белой таблице  $1000n \times 1000n$  некоторые клетки покрашены в черный цвет. Известно, что при любом натуральном  $k$ , таком что  $n^2 \leq k \leq n^2 + n - 1$ , в каждом клетчатом прямоугольнике площади  $k$  есть хотя бы одна черная клетка. Докажите, что в любом клетчатом прямоугольнике площади  $n^2 + n$  тоже есть черная клетка.  
(С. Берлов)

16. Найдите наименьшее натуральное число  $N$ , у которого существует три *различных* натуральных делителя, произведение которых равно  $14^{600}$ .

17. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $BD$  и  $CE$ . Точка, симметричная точке  $E$  относительно прямой  $BD$ , лежит на описанной окружности треугольника  $ABC$ . Найдите отношение  $AD : CD$ .  
(А. Кузнецов)

18. Найдите все значения, которые может принимать выражение  $[x] \cdot \left[ \frac{2000}{x} \right]$  при положительных  $x$ .  
(А. Храбров)