

Второй тур

7 класс

35. Курс криптовалюты Чухойн 1 марта составлял один доллар, а далее каждый день повышался на доллар. Курс криптовалюты Антониум 1 марта составлял также один доллар, а далее каждый день оказывался равным сумме вчерашних курсов Чухойна и Антониума, делённой на их произведение. Сколько стоил Антониум 31 мая (то есть на 92-й день)? (А. Чухнов)

36. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ углы при вершинах A , B и C равны. На стороне AB отмечена точка E . Известно, что $AD = CD = BE$. Докажите, что CE — биссектриса угла BCD . (А. Кузнецов)

37. В ряд стоят несколько человек, некоторые из них рыцари, которые всегда говорят правду, а остальные — лжецы, которые всегда лгут. Каждый из них произнёс одну из двух фраз: *Справа от меня рыцарей больше, чем слева* или *Слева от меня рыцарей больше, чем справа*, причем людей, сказавших каждую из фраз, было поровну. Затем каждый из них произнёс одну из двух фраз: *Справа от меня лжецов больше, чем слева* или *Слева от меня лжецов больше, чем справа*. Докажите, что опять обе фразы прозвучали одинаковое число раз. (А. Кузнецов)

38. Существуют ли попарно различные натуральные числа a , b и c , такие что

$$2a + \text{НОК}(b, c) = 2b + \text{НОК}(a, c) = 2c + \text{НОК}(a, b)?$$

(С. Берлов, А. Кузнецов)

39. Перед Андрюшей стоят 2019 тарелок, на которых лежит суммарно 2019 пирожных. Андрюша может делать две операции.

I. Если на каких-то двух тарелках пирожных поровну, он может съесть все пирожные с одной из этих тарелок.

II. Он может переложить на пустую тарелку по одному пирожному с каждой непустой тарелки.

Докажите, что Андрюша может выполнить несколько операций так, чтобы съесть хотя бы 3 пирожных.

(А. Сольнин)

40. Саша выбрал четыре натуральных числа x , y , z , t и выписал 12 дробей:

$$\frac{x}{y}, \frac{x}{z}, \frac{x}{t}, \frac{y}{x}, \frac{y}{z}, \frac{y}{t}, \frac{z}{x}, \frac{z}{y}, \frac{z}{t}, \frac{t}{x}, \frac{t}{y}, \frac{t}{z}.$$

Докажите, что какие-то две дроби отличаются не больше чем на $11/60$.

(А. Кузнецов)

41. На стороне AC треугольника ABC отмечена точка K . Оказалось, что $\angle ABK = 7^\circ$ и $\angle ABC = 77^\circ$. Докажите, что $2AK + AC > BC$.

(А. Кузнецов)