

## Условия задач 2018-2019 учебного года.

### Первый тур

1. Таблица  $10 \times 10$  заполнена числами от 1 до 100: в первой строке слева направо выписаны числа от 1 до 10 в порядке возрастания; во второй строке точно так же выписаны числа от 11 до 20, и т. д.; в последней строке слева направо выписаны числа от 91 до 100. Можно ли в этой таблице найти фрагмент из 7 клеточек вида  $\begin{matrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{matrix}$ , сумма чисел в котором равна 455? (Фрагмент можно поворачивать.) (А. Сольнин)

2. Костю в детстве неправильно научили складывать натуральные числа: он полагает, что после привычного всем сложения следует переставить цифры суммы в убывающем порядке. Обозначим сложение по Костиному правилу знаком  $\oplus$  (например,  $99 \oplus 2 = 110$ .) Существуют ли такие натуральные числа  $a$  и  $b$ , для которых  $a \oplus b = a$ ? (К. Кохась)

3. За большим круглым столом сидят 100 человек. Каждый из них либо рыцарь, либо лжец, либо чудак. Рыцарь всегда говорит правду, лжец всегда лжет. Чудаки говорят правду, если слева от него сидит лжец; ложь, если слева от него сидит рыцарь; все что угодно, если слева от него чудаки. Каждый сказал: «Справа от меня сидит лжец». Сколько всего лжецов? Перечислите все возможные ответы и докажите, что других нет. (В. Мигрин)

4. Учительница считает некоторых учеников 6<sup>а</sup> класса отличниками, а остальных — двоечниками. В течение четверти в классе прошло 6 контрольных по математике (на них ставились оценки от 2 до 5). На каждой контрольной присутствовали все ученики, и на каждой контрольной они рассаживались по двое за парту (возможно, на разных контрольных по-разному). Двоечник чудесным образом получал тройку, если сидел за одной партой с отличником, и двойку, если сидел с другим двоечником. Всего за эти контрольные пятёрок было получено в 3 раза больше, чем четвёрок, а троек — на 10 меньше, чем двоек. Докажите, что найдется отличник, получивший хотя бы одну оценку не выше тройки. (А. Кузнецов)