

**10 класс**

**19.**  $f(x)$  — квадратный трёхчлен. Наименьшее значение функции  $f(2x) - f(x)$  равно  $-1$ . Найдите наименьшее значение функции  $f(3x) - f(x)$ . (А. Голованов)

**20.** Произведение трёх разных натуральных делителей натурального числа  $N$  равно  $1\,000\,000$ . Найдите наименьшее такое  $N$ .

**21.** На графике функции  $y = x^3 + 3x$  расположены четыре точки, являющиеся вершинами параллелограмма. Докажите, что центр этого параллелограмма — начало координат. (А. Голованов)

**22.** В треугольнике  $ABC$  проведена высота  $BD$ ,  $\angle ABC = 100^\circ$ . На отрезках  $AD$  и  $CD$  выбраны точки  $X$  и  $Y$  так, что  $XY = AC/2$ . На сторонах  $AB$  и  $BC$  выбраны точки  $Z$  и  $T$  соответственно так, что  $AX = XZ$  и  $CY = YT$ . Найдите  $\angle ZDT$ . (А. Кузнецов)

**23.** Клетчатый квадрат  $1024 \times 1024$  разрезан на квадраты  $32 \times 32$ . Можно ли раскрасить все его клетки в 512 цветов так, чтобы в каждой строке, в каждом столбце и в каждом из получившихся квадратов  $32 \times 32$  каждый цвет встречался ровно два раза? (А. Голованов)