

## Решения задач

**9.** Ответ: Дима наломал дров в 4 раза больше, чем Федя. Если Дима наломал  $D$  дров, а Федя наломал  $F$  дров, то из условия легко составить уравнение:  $2D + 7F = 3(D + F)$ . Из него немедленно получаем  $D = 4F$ .

**3.** Ответ: 50 или 0 лжецов. Первый вариант реализуется, когда за столом сидят, чередуясь, рыцари и лжецы. Второй — когда все сидящие за столом — чудаки, говорящие ложь.

Докажем, что за столом не может быть другое количество лжецов. В самом деле, если за столом есть лжец, тогда справа от него сидит чудака или рыцарь. В такой ситуации оба они скажут правду, и значит, следующий после них — снова лжец. Получаем, что лжецы и не лжецы чередуются, т.е. лжецов ровно половина.

Если же лжецов за столом нет, то рыцарей тоже нет (потому что справа от рыцаря должен быть лжец) и за столом одни чудаки.

**11.** Продолжим отрезок  $BE$  до пересечения с прямой  $AD$  в точке  $F$ .

Треугольники  $BMC$  и  $FMA$  равны по второму признаку:  $MC = MA$ ,  $\angle BCM = \angle FAM$  как накрестлежащие,  $\angle BMC = \angle FMA$  как вертикальные. Следовательно,  $BC = AF$ . У четырехугольника  $ABCF$  противоположные стороны  $BC$  и  $AF$  равны и параллельны, поэтому это параллелограмм. Значит,  $CF = AB = BD$ , то есть четырехугольник  $BCFD$  — равнобочная трапеция. Точка  $E$  — точка пересечения ее диагоналей, поэтому  $BE = CE$ .

**12.** Произведение длин сторон  $ab$  делится на  $5^3$ , поэтому хотя бы одна из сторон кратна 25. Аналогично, хотя бы одна из двух сторон делится на 4.

Если одна и та же сторона (к примеру,  $a$ ) делится и на 25, и на 4, то она делится на 100. Пусть  $a = 100k$ . Отрежем от шоколадки прямоугольник  $27k \times b$ , а остальную часть шоколадки съедем. Этот прямоугольник составляет ровно  $27/100$  от исходной шоколадки, а это значит, что съедено 73%.

Пусть теперь на 25 и на 4 делятся разные стороны, например,  $a = 25k$ ,  $b = 4\ell$ . Вырежем из шоколадки прямоугольник  $9k \times 3\ell$  (а остальное съедем). Он составляет от исходной шоколадки всё ту же долю

**13.** Рассмотрим диагональ, идущую из левого-нижнего угла в правый-верхний. Покрасим все ее 10 клеток в красный цвет. Заметим, что с любой красной клетки, не совершая перелетов, можно попасть лишь в клетки, расположенные правее нее, ниже нее, или правее и ниже нее. Таким образом, попасть с красной клетки на другую красную клетку без перелетов нельзя. Кузнечик обязано посетить все 10 красных клеток в каком-то порядке, поэтому между этими посещениями он обязан сделать не менее 9 перелетов.