

Решения задач

9. Ответ: Дима наломал дров в 4 раза больше, чем Федя. Если Дима наломал D дров, а Федя наломал F дров, то из условия легко составить уравнение: $2D + 7F = 3(D + F)$. Из него немедленно получаем $D = 4F$.

3. Ответ: 50 или 0 лжецов. Первый вариант реализуется, когда за столом сидят, чередуясь, рыцари и лжецы. Второй — когда все сидящие за столом — чудаки, говорящие ложь.

Докажем, что за столом не может быть другое количество лжецов. В самом деле, если за столом есть лжец, тогда справа от него сидит чудака или рыцарь. В такой ситуации оба они скажут правду, и значит, следующий после них — снова лжец. Получаем, что лжецы и не лжецы чередуются, т.е. лжецов ровно половина.

Если же лжецов за столом нет, то рыцарей тоже нет (потому что справа от рыцаря должен быть лжец) и за столом одни чудаки.

11. Продолжим отрезок BE до пересечения с прямой AD в точке F .

Треугольники BMC и FMA равны по второму признаку: $MC = MA$, $\angle BCM = \angle FAM$ как накрестлежащие, $\angle BMC = \angle FMA$ как вертикальные. Следовательно, $BC = AF$. У четырехугольника $ABCF$ противоположные стороны BC и AF равны и параллельны, поэтому это параллелограмм. Значит, $CF = AB = BD$, то есть четырехугольник $BCFD$ — равнобокая трапеция. Точка E — точка пересечения ее диагоналей, поэтому $BE = CE$.

12. Произведение длин сторон ab делится на 5^3 , поэтому хотя бы одна из сторон кратна 25. Аналогично, хотя бы одна из двух сторон делится на 4.

Если одна и та же сторона (к примеру, a) делится и на 25, и на 4, то она делится на 100. Пусть $a = 100k$. Отрежем от шоколадки прямоугольник $27k \times b$, а остальную часть шоколадки съедем. Этот прямоугольник составляет ровно $27/100$ от исходной шоколадки, а это значит, что съедено 73%.

Пусть теперь на 25 и на 4 делятся разные стороны, например, $a = 25k$, $b = 4\ell$. Вырежем из шоколадки прямоугольник $9k \times 3\ell$ (а остальное съедем). Он составляет от исходной шоколадки всё ту же долю

13. Рассмотрим диагональ, идущую из левого-нижнего угла в правый-верхний. Покрасим все ее 10 клеток в красный цвет. Заметим, что с любой красной клетки, не совершая перелетов, можно попасть лишь в клетки, расположенные правее нее, ниже нее, или правее и ниже нее. Таким образом, попасть с красной клетки на другую красную клетку без перелетов нельзя. Кузнечик обязано посетить все 10 красных клеток в каком-то порядке, поэтому между этими посещениями он обязан сделать не менее 9 перелетов.