1	-1	1	1
1	5	1	1
1	1	7	1
1	1	-1	2019

29. Ответ: да, могли. Один из возможных примеров изображен справа.

30. Ответ: 0, 2, 4, 6 или 8 рыцарей.

Предположим, что в ряду стоит $n > 8$ рыцарей. Тогда у самого левого из них разность между числом рыцарей справа и слева от него равна $(n-1)$, у второго слева — $(n-3)$, у третьего слева — $(n-5)$. Все эти числа имеют разные остатки при делении 3, поэтому одно из них делится на 3 и при этом больше 3, если $n > 8$, следовательно, не является простеньким. Значит, этот случай невозможен.

Также заметим, что количество рыцарей не может быть нечетным, так как в этом случае разность между количеством рыцарей справа и слева от любого рыцаря четна, а четные числа не простенькие.

Покажем, что рыцарей могло быть любое четное число от 0 до 8. Действительно, поставим всех рыцарей подряд в левый конец ряда, то есть так, чтобы любой рыцарь находился левее любого лжеца. Тогда разность между количеством рыцарей справа и слева от любого рыцаря будет равняться 1, 3, 5 или 7 — все эти числа являются простенькими. А для любого лжеца эта разность равна 8, то есть не простенькая.

31. Ответ: миллион больше чем сумма выписанных чисел.

Сложим отдельно все выписанные единицы, все выписанные двойки, все выписанные тройки и т. д.

Рассмотрим любое число n, где $1 \leqslant n \leqslant 1000$. Оно является делителем чисел $n,\ 2n,\ 3n,\ \ldots,\ kn$, где kn — это самое большое число, не превосходящее 1000 и делящееся на n. Значит, $k = [1000/n]$ и число n выписано $[1000/n]$ раз. Тогда сумма всех выписанных экземпляров числа n равна $n \cdot [1000/n] \leqslant 1000$.

Всего мы посчитали 1000 сумм и каждая не превосходит 1000. Но на самом деле многие из сумм меньше 1000, например, число $n = 3$ выписано 333 раза и дает вклад 999 в общую сумму. Значит, итоговая сумма всех чисел меньше миллиона.

32. Рассматриваемый промежуток времени из 2019 недель будем называть годом.

Пусть министр попробует сделать выходными все понедельники, вторники, среды и четверги. Тогда в каждой неделе будет 4 выходных и максимум 13 дней, то есть доля выходных не меньше $\frac{4}{13} > \frac{2}{7}$. Если при этом за год доля числа выходных окажется не больше половины, то все получилось.

В противном случае понедельники, вторники, среды и четверги составляют в сумме больше половины всех дней в году. Но тогда суммарное количество пятниц, суббот и воскресений меньше половины. Сделаем выходными их! В этом случае каждая неделя содержит не менее 7 дней, ровно 4 дня из которых — рабочие. То есть рабочие дни составляют не более 4/7 каждой недели, а тогда выходных даже не меньше 3/7.

33. Приведем стратегию для второго игрока. Сначала он мысленно разбивает зал на квадратики 2×2 (будем называть их «блоки»), и потом каждый раз ходит так, чтобы после его хода в каждом блоке все клетки были покрыты матами одинаковое число раз.

Докажем, что второй игрок всегда сможет сделать ход по этой стратегии. Если первый игрок положил мат, пересекающий два блока, то второй кладет свои маты так, чтобы они покрыли остальные клетки этих двух блоков ровно по одному разу.

Если же первый игрок положил свой мат только на один блок, то второй кладет один свой мат на две другие клетки того же блока (очевидно, это можно сделать). А также двумя другими матами второй игрок покрывает в один слой произвольный блок, покрытый не более четырех раз. Покажем, что такой блок обязательно найдется. Действительно, если такого блока нет, то все блоки уже покрыты в 5 слоев, то есть всего положено $\frac{5 \cdot 100 \cdot 100}{2}$ матов. Это число делится на 4, что невозможно, так как за каждую пару ходов игроки кладут по 4 мата и ещё два мата положены за ход первого и часть хода второго.

Таким образом, второй игрок всегда может сделать ход, а значит, не проиграет.

34. Ответ: 40.

Оценка: Предположим, что какой-то человек (назовем его Костей) знаком хотя бы с 20 людьми. Если какие-то из Костиных знакомых знакомы между собой, то Костя общительный. Разберем случай, когда все Костины знакомые незнакомы друг с другом. В этом случае, если Костя знаком хотя бы с 21 человеком, то любой из его знакомых стеснительный.

Аналогично, если Костя незнаком с 20 людьми, среди которых есть незнакомые между собой, то Костя стеснительный. А в случае, когда Костя незнаком с 21 человеком, и при этом все, кто незнаком с Костей, между собой знакомы, то все они общительные.

Значит, если в компании хотя бы 41 человек, то Костя знаком ровно с 20 людьми и ровно с 20 людьми незнаком. При этом все знакомые Кости незнакомы друг с другом, а все незнакомые Кости знакомы. Рассмотрим любого человека, знакомого с Костей, — Васю и любого человека, незнакомого с Костей, — Петю. Если Вася и Петя знакомы, то Петя общительный, так как он знаком с Васей и еще с 19 людьми, незнакомыми с Костей, при этом незнакомые Кости знакомы друг с другом. Аналогично, если Вася и Петя незнакомы, то Вася стеснительный.

П р и м е р: поделим компанию из 40 людей на две группы по 20 человек. Пусть люди из одной группы знакомы друг с другом, а люди из разных групп незнакомы. Тогда если бы нашелся какой-то общительный человек, то все его знакомые находились бы с ним в одной группе, а тогда в этой группе был бы хотя бы 21 человек. Если же нашелся стеснительный человек, то все люди, незнакомые с ним, находились бы в одной группе, а значит, были бы знакомы друг с другом.