

## Решения задач

1. Ответ: да. Если в центре фрагмента стоит  $x$ , то сумма чисел в нем равна  $7x$  и тогда при  $x = 65$  сумма окажется равна в точности 455 (см. рисунок).

	55	56
64	65	66
74	75	

2. Ответ: нет. При обычном сложении число увеличится, а при перестановке цифр еще больше увеличится (ну или во всяком случае, не уменьшится). Поэтому  $a \oplus b$  всегда строго больше, чем  $a$ .

3. Ответ: 50 или 0 лжецов. Первый вариант реализуется, когда за столом сидят, чередуясь, рыцари и лжецы. Второй — когда все сидящие за столом — чудаки, говорящие ложь.

Докажем, что за столом не может быть другое количество лжецов. В самом деле, если за столом есть лжец, тогда справа от него сидит чудака или рыцарь. В такой ситуации оба они скажут правду, и значит, следующий после них — снова лжец. Получаем, что лжецы и не лжецы чередуются, т.е. лжецов ровно половина.

Если же лжецов за столом нет, то рыцарей тоже нет (потому что справа от рыцаря должен быть лжец) и за столом одни чудаки.

4. На самом деле найдется даже отличник, получивший двойку.

Допустим, что такого отличника нет. Тогда все двойки получены двоечниками. Суммарное число двоек за все шесть контрольных четно, потому что их получали двоечники, сидящие за одной партой. Пусть двоек было  $2k$ . Тогда общее число троек равно  $2k - 10$ .

Далее, если общее число четверок равно  $\ell$ , то пятерок получено  $3\ell$ . Общее число всех оценок за четверть равно  $2k + (2k - 10) + \ell + 3\ell = 4k + 4\ell - 10$  и, таким образом, не делится на 4. Но это невозможно, так как на каждой из шести контрольных ставилось одно и то же четное число оценок!