

**24.** Ответ: Ответ: 9 нулевых коэффициентов. Таков, например, многочлен  $x^{10} - x^8$  с корнями 0, 1,  $-1$ . Если же у многочлена лишь один ненулевой коэффициент, то он имеет вид  $ax^{10}$ , и поэтому имеет ровно один корень.

**25.** Каждый честный рыбак поймал ровно 30 кг, а каждый обычный — меньше  $60/6 = 10$  кг рыбы. Поэтому честных рыбаков не могло быть ноль (10 обычных поймали бы меньше 100 кг). Аналогично, не мог быть ровно один честный рыбак (9 обычных поймали бы меньше 90 кг, а вместе с честным — меньше 120 кг).

Далее, если честных рыбаков было четверо, то обычные рыбаки не поймали ничего, и не могли сообщить, что они поймали 60 кг. Тем более, честных рыбаков не могло быть больше четырех.

Итак, честных рыбаков могло быть лишь двое или трое. Оба эти варианта осуществимы. Например, 2 честных по 30 кг и 8 обычных по  $60/8 = 15/2$  кг, или 3 честных по 30 кг и 7 обычных по  $60/14 = 30/7$  кг.

**26.** Если у ребенка А надеты варежки цветов  $x$  и  $y$  ( $x$  на левую руку,  $y$  на правую), будем обозначать этот факт записью  $A(x,y)$ .

Если какой-то ребенок оба раза обменяется варежками с одним и тем же ребенком, то у него окажутся две одинаковые варежки. Поэтому будем предполагать, что такого не произошло. Возьмем произвольного ребенка  $A(1,1)$  перед самым первым обменом. Пусть он в первый раз меняется с  $B(2,2)$ , во второй раз меняется с ребенком  $C$ , а ребенок  $C(3,3)$  в первый раз обменялся с  $D(4,4)$ . После первых обменов получится:  $A(2,1)$ ,  $B(1,2)$ ,  $C(4,3)$ ,  $D(3,4)$ . После второго обмена  $A$  и  $C$  получится:  $A(2,3)$ ,  $C(4,1)$ . Для третьего построения ребенку  $A$  в пару требуется еще один ребенок с варежками 2 и 3 цветов. Но такой ребенок после второго обмена может образоваться, лишь если  $B(1,2)$  поменяется с  $D(3,4)$ . При этом во время третьего построения  $A(2,3)$  окажется в паре с  $D(3,2)$ , а ребенок  $B(1,4)$  окажется в паре с  $C(4,1)$ .

Таким образом, все дети должны разбиться на четверки (каждая четверка тремя разными способами разбивается на три пары). Но количество детей не делится на 4, поэтому такое разбиение невозможно!

**27.** Ответ:  $\angle B = 90^\circ$ ,  $\angle A = \angle C = 45^\circ$ .

По условию  $\angle C = \angle B/2 = \angle LBC$ , то есть треугольник  $BLC$  равнобедренный:  $BL = CL$ . Кроме этого,  $BY = YC$ , так что треугольники  $BLY$  и  $CLY$  равны по трем сторонам, и  $LY$  — биссектриса угла  $BLC$ . По условию, прямая  $LX$  перпендикулярна этой биссектрисе, поэтому  $LX$  — биссектриса угла  $BLC$ .

Теперь рассмотрим треугольники  $XAL$  и  $XBL$ . У них есть общая сторона  $LX$ , равны стороны  $AX = BX$ , а также равны углы  $ALX$  и  $BLX$ . К сожалению, эти углы находятся не между равными сторонами, поэтому первый признак равенства не применим. Однако это означает, что углы  $XAL$  и  $XBL$  либо равны, либо дополняют друг друга до  $180^\circ$ . (Проще всего объяснить это с помощью теоремы синусов в треугольниках  $XAL$  и  $XBL$ :  $\sin XAL = \sin XBL$ .) Во втором случае четырехугольник  $AXB L$  оказался бы вписанным, чего не может быть: точка  $L$  не лежит на окружности, проходящей через  $A$ ,  $B$  и  $X$ . Следовательно, треугольники  $XAL$  и  $XBL$  всё же равны и  $AL = CL$ .

Итак,  $AL = BL = CL$ , т.е. медиана треугольника  $ABC$  равна половине стороны  $AC$ . Это значит, что треугольник прямоугольный. А поскольку медиана  $BL$  совпадает с биссектрисой, он еще и равнобедренный.

**28.** Пусть исходная шоколадка имела размеры  $an^5 \times bn^5$ . Тогда ее площадь была равна  $abn^{10}$ . Пусть после пятикратного обкусывания получилась шоколадка  $x \times y$  площади  $xy = abm^5n^5$ . Так как  $x \leq an^5$ ,  $y \leq bn^5$ , то  $x \geq bm^5$ ,  $y \geq am^5$ . Это значит, что шоколадку  $x \times y$  можно уменьшить до размеров  $bm^5 \times am^5$  и эта шоколадка как раз в  $(m/n)^5$  раз отличается по площади от шоколадки  $x \times y$ .