9 класс

14. Старшие коэффициенты квадратных трехчленов $f(x)$ и $g(x)$ равны 1. Найдите $f(6)$, если известно, что $g(6) = 5$ и

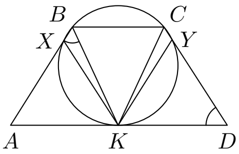
$$\frac{f(-1)}{g(-1)} = \frac{f(1)}{g(1)} = \frac{3}{2}.$$

(*А. Голованов*)

15. Клетки доски 20×20 покрашены в шахматном порядке. Стоящая на доске фигура *кузнечик* держит под боем все клетки своей горизонтали, имеющие тот же цвет, что и клетка, на которой она стоит, а также все клетки своей вертикали, имеющие противоположный цвет. (Чтобы побить какую-то клетку, кузнечик может перепрыгивать через другие фигуры.) Какое наибольшее число не бьющих друг друга кузнечиков можно расставить на этой доске? (*Н. Власова*)

16. Окружность, проходящая через вершины B и C трапеции $ABCD$, пересекает боковые стороны AB и CD в точках X и Y соответственно и касается основания AD в точке K. Оказалось, что $\angle BKC = 50^\circ$, а $\angle ABK = \angle KDC$. Найдите $\angle XKY$.

(*С. Берлов*)



17. На доске были выписаны 4000 различных натуральных чисел, меньших 30 000. Если на доске выписаны числа a и b, разрешается дописать на доску число НОД(a, b). Докажите, что такими операциями нельзя добиться того, что все числа от 1 до 10 000 будут выписаны на доске. (*С. Берлов, А. Храбров*)

18. На плоскости отмечено 179 точек. Докажите, что найдётся такая отмеченная точка, что расстояния от неё до двух ближайших к ней отмеченных точек отличаются не более чем в 1,79 раза. (*О. Иванова*)