

11 класс

24. Числа  $a, b, c$  удовлетворяют уравнениям

$$ab + a + b = c, \quad bc + b + c = a, \quad ca + c + a = b.$$

Найдите все возможные значения  $a$ .

25. Последовательность  $(x_n)$  задана условиями:  $x_1 = 1$ , и при каждом натуральном  $n$  число  $x_{n+1}$  равно наибольшему числу, которое можно получить перестановкой цифр числа  $x_n + 1$ . Найдите наименьшее  $n$ , для которого в десятичной записи числа  $x_n$  ровно 2017 знаков. (А. Голованов)

26. В тетраэдре  $ABCD$  медиана  $AE$  грани  $ABC$  перпендикулярна ребру  $BD$ , а медиана  $AF$  грани  $ABD$  перпендикулярна ребру  $BC$ . Докажите, что ребро  $AB$  перпендикулярно ребру  $CD$ . (А. Голованов)

27. Квадратные трёхчлены  $f(x)$  и  $g(x)$  таковы, что

$$\frac{f(2)}{g(2)} = \frac{f(3)}{g(3)} = 2.$$

Найдите  $f(1)$ , если известно, что  $g(1) = 3$ ,  $f(4) = 7$  и  $g(4) = 4$ . (А. Голованов)

28. При составлении варианта районной олимпиады каждый член жюри принял участие не более чем в 10 обсуждениях. Обсуждения бывают большие и малые. В малом обсуждении участвуют 7 членов жюри, каждый из которых шлёт ровно по одному электронному письму каждому из 6 остальных. В большом обсуждении участвуют 15 членов жюри, каждый из которых шлёт ровно по одному электронному письму каждому из 14 остальных. Всего было послано 1994 письма, не считая писем, которые послал секретарь жюри. В скольких обсуждениях участвовал секретарь? (А. Голованов)