

Решения задач

1. Ответ: будильник сломался в час ночи.

Представим себе, что минутная стрелка на будильнике отсутствует, а часовая стрелка в момент, когда будильник сломался, расщепилась на две половинки, одна из которых (как условию) пошла в обратную сторону, а вторая — продолжила обычное движение часовой стрелки. Тогда в 7 часов утра обе стрелки встретятся! Значит, они обе прошли по половине циферблата и расщепление произошло как раз «напротив» деления 7, т. е. в 1 час ночи.

2. Ответ: неверное число стоит в прямоугольничке на пересечении первого столбца и второй строки.

Сделаем простое наблюдение: если два прямоугольника имеют общую вертикальную сторону, то более широкий прямоугольник имеет больший периметр. Аналогичное наблюдение верно для случая, когда два прямоугольника имеют общую горизонтальную сторону. В этом случае больший периметр имеет более высокий прямоугольник.

Сравнивая соседние числа в первом и втором столбцах, мы видим, что в первой и третьей строке левое число меньше, а во второй строке левое число больше. Это значит, что первый столбец уже правого, и на самом деле каждое из трех чисел левого столбца должно быть меньше соседнего справа числа. Но из-за ошибки одно из этих трех неравенств нарушилось и, следовательно, неправильно записанное число находится во второй строке.

Аналогично, сравнивая соседние числа во второй и третьей строках, мы видим, что во втором и третьем столбцах нижнее число больше верхнего, а в первом — нижнее меньше верхнего. Это несоответствие означает, что ошибка находится в первом столбце.

Итак, неверное число стоит в прямоугольничке на пересечении первого столбца и второй строки.

3. Обозначим количество зелёных листьев, висевших вчера на дереве, через x . Тогда красных листьев вчера также было x , а еще было $7x$ желтых листьев. А всего листьев было $x + x + 7x = 9x$. Кроме того, обозначим число зелёных листьев сегодня через y . Тогда желтых листьев стало тоже y , красных — $7y$, в всего на дереве осталось $y + y + 7y = 9y$ листьев.

Заметим, что суммарное количество зелёных и красных листьев за ночь не могло увеличиться: зелёные листья сами по себе не появляются, а красные могут появиться только из покрасневших зелёных. Вначале зелёных и красных было $x + x = 2x$, а в конце их стало $y + 7y = 8y$. Следовательно, $8y \leq 2x$, т. е. $4y \leq x$. Поэтому $4 \cdot 9y \leq 9x$, а это и значит, что общее количество листьев на дереве за ночь уменьшилось хотя бы в 4 раза.

4. Допустим, что все сидящие за столом ответили «да». Рассмотрим рыцаря A и лжеца B , сидящих рядом (такие обязательно найдутся: за столом есть хотя бы один рыцарь и хотя бы один лжец, будем идти вдоль стола, двигаясь от этого рыцаря к этому лжецу...). Пронумеруем людей, сидящих за столом рядом с A и B :

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 A B 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22

Рыцарь A видит вокруг себя не менее 11 рыцарей. Лжец B видит тех же людей, что и A , за исключением человека номер 1 и самого себя. И еще он видит рыцаря A . Значит, он тоже видит не менее 11 рыцарей. Тогда лжец B ответит «нет»!