САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2012 ГОДА ПО МАТЕМАТИКЕ
II тур. 7 класс.

1. Можно ли числа от 99 до 200 расставить в ряд так, что любые два соседних числа будут отличаться либо на 2, либо в 2 раза? (*С. Берлов*)

2. На доске написано пять последовательных двузначных чисел. Петя сложил три из них и получил сумму, делящуюся на 37. Вася тоже сложил три числа и получил сумму, делящуюся на 71. Какие числа написаны на доске? (*А. Голованов*)

3. Среди чисел от 1 до 10^{23} каких больше — с двузначной суммой цифр или с трехзначной? (*В. Франк*)

4. В компании 100 человек, каждый из которых знаком ровно с 40 другими. Докажите, что можно выбрать четырех человек A, B, C, D так, что A и B будут знакомы друг с другом, C и D тоже будут знакомы, но при этом A и D будет незнакомы друг с другом и, кроме этого, B и C тоже будут незнакомы. (*С. Берлов*)

. . . .

Олимпиада 2012 года. II тур. 7 класс. Выводная аудитория.

5. Сумма двух наибольших собственных делителей n равна 515. Найдите все такие n. (*Собственным делителем* числа называется любой его натуральный делитель, кроме 1 и самого числа.) (*А. Голованов*)

6. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ точка M — середина стороны BC. Оказалось, что $\angle AMD = 60°$. Точка K лежит в треугольнике CMD и симметрична точке B относительно прямой AM. Докажите, что $KD + MC \geqslant CD$.
(*С. Берлов, А. Смирнов и другие*)

7. В углу квадратной доски 120×120 стоит кубик. Его верхняя грань только что покрашена в красный цвет. Можно ли, кантуя кубик, передвинуть его в соседний угол доски так, чтобы он побывал на каждой клетке по одному разу? Доску пачкать не разрешается. (*Н. Косматов*)