САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2012 ГОДА ПО МАТЕМАТИКЕ

II тур. 6 класс.

---

1. Можно ли расставить по окружности числа от 1 до 100 таким образом, чтобы каждые два соседних числа отличались либо в 2 раза, либо на 2? (*С. Берлов*)

2. На доске написано пять последовательных двузначных чисел. Петя сложил три из них и получил сумму, делящуюся на 37. Вася тоже сложил три числа и получил сумму, делящуюся на 71. Какие числа написаны на доске? (*А. Голованов*)

3. Петя и Вася играют в следующую игру. У Пети имеется 100 карточек, на которых по одному разу написаны числа от 1 до 100. Каждым ходом Петя выкладывает на стол две карточки, после чего Вася тут же забирает одну из них. После 50 ходов у Пети карточки закончатся, а на столе останется лежать 50 карточек. Цель Пети — сделать так, чтобы сумма чисел на этих 50 карточках оказалась четной. Может ли Вася ему помешать? (*С. Берлов*)

4. На окружности расположено 98 точек. В многоугольнике, который они образуют, проведено 33 синие диагонали, не пересекающиеся даже по концам. Докажите, что в этом многоугольнике можно так провести красную диагональ, что она пересечет не меньше трех синих (и при этом не будет иметь с ними общих концов).

(*С. Берлов*)

. . . .

Олимпиада 2012 года. II тур. 6 класс. Выводная аудитория.

5. На доске написано число 0. За один ход можно увеличить число на доске на 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 или 9, но так, чтобы результат не делился на 10. Какое наибольшее число может получиться на доске через 100 ходов? (*С. Иванов*)

6. Каждая из 25 девочек дружит с некоторыми из 25 мальчиков. Девочка может “начать новую жизнь”: подружиться со всеми мальчиками, с которыми не дружила до этого, и поссориться со всеми, с которыми дружила. Докажите, что несколько девочек могут начать новую жизнь так, что в результате в этой компании можно будет найти трех мальчиков, у которых количество подружек почти одинаково (т. е. у любых двух из них количество подружек отличается не более чем на 1). (*О. Иванова*)