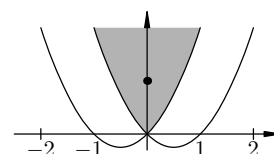


САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2009/10 ГОДА ПО МАТЕМАТИКЕ
I ТУР. 9 КЛАСС

1. В квадрате 3×3 расставлены цифры от 1 до 9, каждая — по одному разу. Если прочесть цифры каждой строки слева направо, а каждого столбца — сверху вниз, получатся трехзначные числа. Известно, что трехзначное число в первой строке равно половине суммы трехзначных чисел во второй и в третьей строках; а трехзначное число в третьем столбце равно половине суммы трехзначных чисел в первом и втором столбцах. Приведите пример такой расстановки. (С. Берлов)

2. На рисунке изображены две параболы, старшие коэффициенты которых равны единице. Третья парабола имеет вершину в точке $(0, 1)$ и целиком лежит в закрашенной области (возможно, касается ее границы). Какое наименьшее значение может принимать ее старший коэффициент? (К. Кохась)



3. На поляне пасутся 100 коз. Поляна разделена изгородями на несколько участков. Ровно в полдень некоторые козы перепрыгнули на другие участки. Пастух подсчитал, что на каждом участке количество коз изменилось ровно в три раза. Докажите, что до полудня на поляне можно было найти несколько участков, на которых в сумме паслось ровно 25 коз. (С. Берлов)

4. На стороне AD параллелограмма $ABCD$ выбрана точка X , а на продолжении этой стороны за точку D выбрана точка Y , причем $AX = XY$. Прямые BX и CD пересекаются в точке L , а прямые BY и CD — в точке K . Докажите, что $CK = KL$. (Ф. Бахарев)

5. Натуральные числа x и y меньше 4 000 000. Дима разделил с остатком число $2x + 1$ на 2009, Саша разделил с остатком число $2y - 1$ на 2010, а Сережа разделил с остатком число $x + y$ на 4019. У всех трех мальчиков остатки оказались одинаковыми. Докажите, что в Сашином делении неполное частное было четным. (Д. Ростовский)