

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2009/10 ГОДА ПО МАТЕМАТИКЕ  
I ТУР. 8 КЛАСС

---

1. Вдоль реки расположены пристани А, Б, В, Г (именно в таком порядке). От В до А теплоход плывет 1 час, от В до Г — тоже 1 час, а от Б до Г — 2 часа. В какую сторону течет река — от А к Г или от Г к А? Не забудьте обосновать ответ. (О. Иванова)

2. На поляне пасутся 150 коз. Поляна разделена изгородями на несколько участков. Ровно в полдень некоторые козы перепрыгнули на другие участки. Пастух подсчитал, что на каждом участке количество коз изменилось ровно в семь раз. Докажите, что он ошибся. (К. Кохась)

3. Точка  $M$  — середина стороны  $AB$  треугольника  $ABC$ . На отрезке  $CM$  выбраны точки  $P$  и  $Q$  так, что  $CQ = 2PM$ . Оказалось, что  $\angle APM = 90^\circ$ . Докажите, что  $BQ = AC$ . (С. Иванов)

4. Натуральные числа  $x$  и  $y$  меньше 2009. Известно, что  $x$  делится на 54,  $y$  делится на 31,  $x + y$  делится на 85. Докажите, что  $x - y$  делится на 23. (Д. Ростовский)

5. Саша задумал 20 натуральных чисел и вычислил все возможные произведения, составленные из двух задуманных чисел. Получилось 190 произведений. Докажите, что среди этих произведений найдутся 20, которые оканчиваются одной и той же цифрой. (А. Голованов)