

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2009/10 года ПО МАТЕМАТИКЕ  
II тур. 7 КЛАСС

---

1. Натуральное число делится на 42. Сумма цифр, не участвующих в его написании, равна 25. Докажите, что в нем есть две одинаковые цифры. (К. Кохась)

2. По кругу сидят 100 детей: 50 мальчиков и 50 девочек. Докажите, что найдутся мальчик и девочка, между которыми сидят ровно двое детей, причем это тоже мальчик и девочка. (С. Берлов)

3. Будем говорить, что натуральное число  $a$  загадочнее числа  $b$ , если при делении 839 на  $a$  в остатке получается  $b$ . Докажите, что не существует 9 подряд идущих натуральных чисел, каждое из которых (кроме самого меньшего из них) загадочнее предыдущего. (К. Кохась)

4. У Саши и Феди есть клетчатая полоска 1 на 100. На левых пятидесяти клетках этой полоски лежит по одному камню. За один ход разрешается либо передвинуть один камень на одну клетку вправо, если та свободна, либо выкинуть два камня, находящихся в соседних клетках. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает, если первым ходит Федя? (Ф. Бахарев)

.....  
Олимпиада 2009/10 года. II тур. 7 класс. Выводная аудитория

5.  $AD$  — биссектриса треугольника  $ABC$ ,  $DE$  — биссектриса треугольника  $ADC$ . Оказалось, что  $CD = AB$ ,  $AD = CE$ . Докажите, что угол  $\angle CDA < 120^\circ$ . (А. Смирнов)

6. Шахматная фигура “маляр” ходит в соседнюю по стороне клетку и перекрашивает ее в противоположный цвет. Маляр стоит на белой угловой клетке шахматной доски. За какое наименьшее число ходов он сможет перекрасить доску в белый цвет? (Е. Сопкина)

7. У часовщика есть 5 будильников (с 12-часовыми циферблатами). Каждый из них звонит, когда его стрелки показывают 12 часов. Будильники идут с правильной скоростью, но могут показывать неправильное время, отличающееся от истинного на целое число часов. В середине каждого часа часовщик выбирает один из будильников и переводит его стрелки на 1, 2, 3, 4, 5 или 6 часов вперед. Он стремится к тому, чтобы по истечении каждого часа хотя бы один из будильников зазвонил. Докажите, что рано или поздно он не сможет этого добиться.

(О. Иванова, С. Иванов)