

ОЧНЫЙ ОТБОРОЧНЫЙ ТУР. ЗАДАЧИ. РЕШЕБНИК.

для учащихся 11-х классов

Время выполнения 180 минут

Всего за задачи 100 баллов

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Решение каждой задачи должно быть выполнено максимально подробно, поскольку итоговая оценка учитывает то, какой процент приведенного решения является верным. Верным должно признаваться любое корректное решение приведенной задачи, независимо от того, насколько оно совпадает с авторским. Более подробные и полные решения оцениваются большим количеством баллов. Если жюри приходит к выводу, что задача скорее решена, чем не решена, то оценка должна быть больше половины от максимально возможной, в противном случае — меньше. Рекомендуются присваивать баллы за каждый шаг в решении задачи.

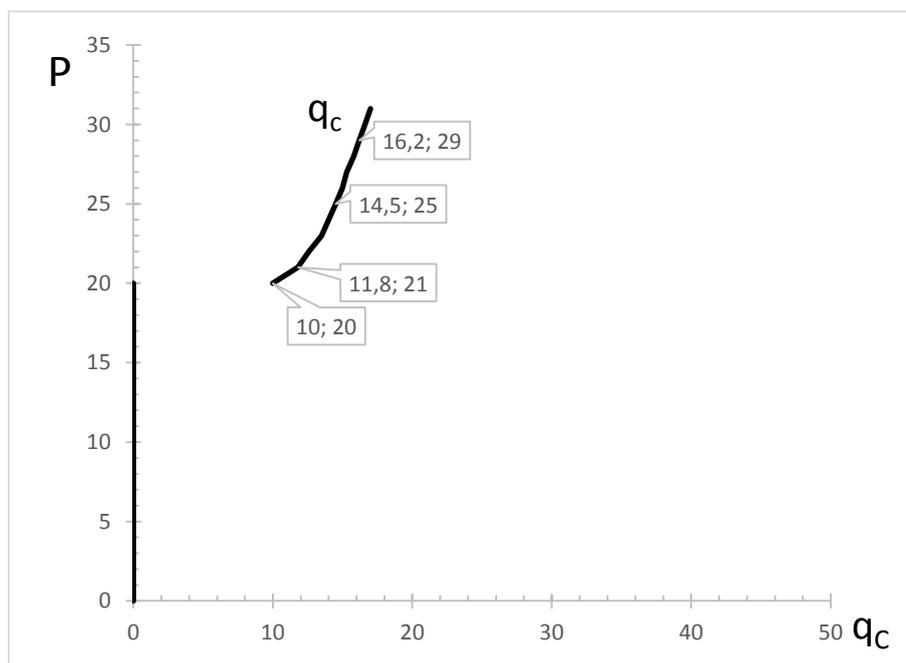
Арифметические ошибки не должны приводить к существенному сокращению баллов, поскольку на олимпиаде, в первую очередь, проверяется не умение хорошо считать, а умение нестандартно мыслить. При наличии ошибки нужно найти ее и снизить балл исходя из степени ее существенности.

Задача 1 «Почта» (20 баллов)

В городе N. активно пользуются почтовыми услугами. $\frac{3}{4}$ объема оказываемых почтовых услуг приходится на частные транспортные компании. Серьезная конкуренция на рынке почтовых услуг привела к тому, что несколько фирм его покинули, поэтому объем оказываемых частными компаниями услуг сократился в 2 раза. Объем услуг, оказываемых государственной почтой, не изменился.

А) Если эластичность спроса на почтовые услуги по модулю равна 4, на сколько процентов изменились цены на почтовые услуги в городе N (7 баллов)?

Б) Три транспортные компании, которые ушли с рынка города N., выяснили, что в мелком соседнем городе M. нет государственной почты, и можно построить бизнес с меньшими издержками, чем в N. Функции предложения этих транспортных компаний описываются следующим образом: $q_A = 0,5P + 100$; $P = q_B / 1,1 + 10$, предложение третьей компании показано на рисунке. Нарисуйте график совокупного предложения почтовых услуг на рынке



города M. и объясните все построения (6 баллов).

В) Функция спроса на почтовые услуги этого города линейна. Максимально возможная (резервная) цена составляет 25 денежных единиц. Бесплатно люди готовы максимально потребить услуги транспортных компаний в объеме 200. Определите эластичность спроса в равновесии на почтово-транспортные услуги в городе M. (7 баллов).

Решение:

А) $E_D^P = \frac{\Delta Q/Q}{\Delta P/P}$

Искомая величина – прирост цен – равна знаменателю дроби формулы эластичности $\Delta P/P$. Следовательно, необходимо найти темп прироста объема оказываемых услуг. Пусть изначально $Q_0 = Q_{\text{частные}0} + Q_{\text{почта}0}$. Тогда $Q_1 = 0,5 \cdot Q_{\text{частные}0} + Q_{\text{почта}0}$. Известно также, что на долю частных транспортных компаний приходится $\frac{3}{4}$ всего объема оказываемых услуг. Т.е. $Q_{\text{частные}0} = \frac{3}{4} \cdot Q_0$, $Q_{\text{почта}0} = \frac{1}{4} \cdot Q_0$.

Тогда $Q_1 = 0,5 \cdot Q_{\text{частные}0} + Q_{\text{почта}0} = 0,5 \cdot \frac{3}{4} \cdot Q_0 + \frac{1}{4} \cdot Q_0 = 0,375 \cdot Q_0 + 0,25 \cdot Q_0 = 0,625 \cdot Q_0$. Значит $\Delta Q/Q = \frac{Q_1 - Q_0}{Q_0} = \frac{0,625Q_0 - Q_0}{Q_0} = \frac{-0,375Q_0}{Q_0} = -0,375$.

$$\Delta P/P = \frac{\Delta Q/Q}{E_D^P}$$

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{-0,375}{-4} = 0,09375 \text{ или цены выросли на } 9,375\%. \text{ (7 баллов)}$$

Б) Чтобы найти отраслевое предложение необходимо сложить горизонтально (по объему) функции предложения:

А: $q_A = 0,5P + 100$ при любой цене

В: $P = q_B/1,1 + 10$; $q_B = 1,1P - 11$, при $P \geq 10$

С: рисунок, $P \geq 20$ (по условию).

Следовательно, при $0 \leq P < 10$ предложение равно $q_A = 0,5P + 100$ (1 балл), при цене от $10 \leq P < 20$ на рынок выйдут компании А и В: $q_A + q_B = 0,5P + 100 + 1,1P - 11 = 1,6P + 89$ (1 балл). $P = 20$, $q = 1,6P + 89 = 121$ - «выколота точка» на графике.

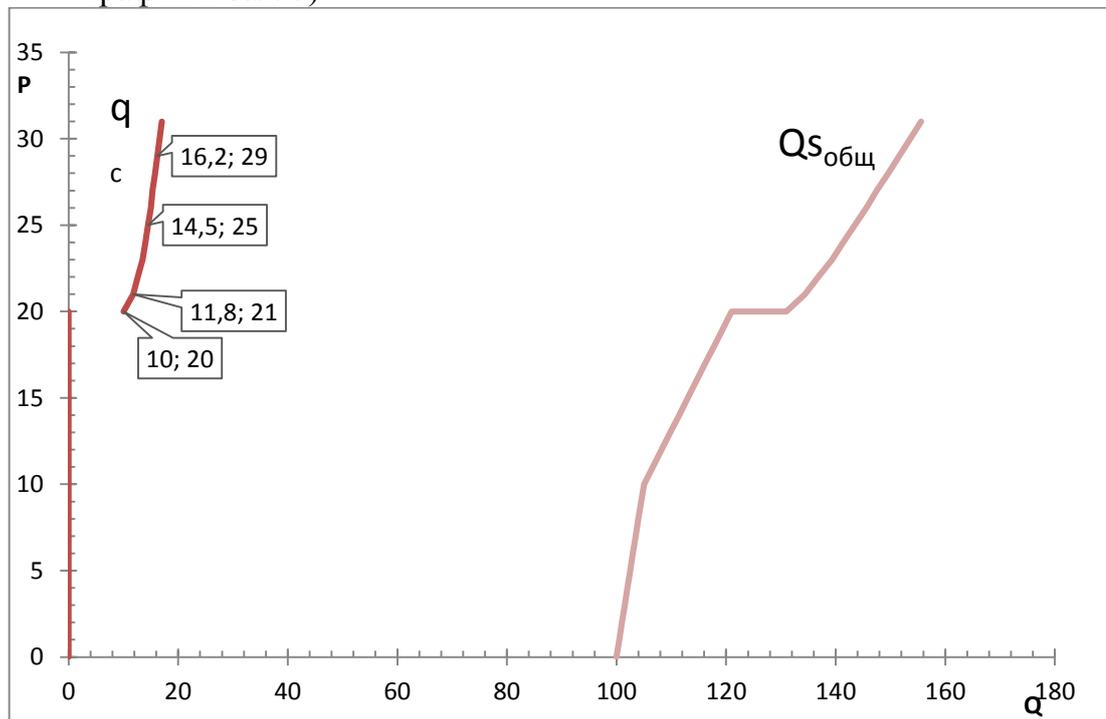
При цене 20 все три компании выйдут на рынок. Для построения графика можно воспользоваться точками, отмеченными на рисунке. Так, при цене 20 предложение равно $q_A + q_B + q_C = 1,6P + 89 + 10 = 131$, получаем разрыв функции предложения.

См. таблицу (2 балла)

При $20 \leq P \leq 29$:

P	q _A	q _B	q _C	q _S рыночное
20	110	11	10	131
21	110,5	12,1	11,8	134,4
25	112,5	16,5	14,5	143,5
29	114,5	20,5	16,2	151,2

график 2 балла)



В) (7 баллов) Восстановим функцию спроса. Так как функция линейна ее общий вид: $Q=a-bP$. По условию при $P=0$ $Q=200$, следовательно $a=200$. 25 – резервная цена. Значит $a-b*25=0$, отсюда $b=8$. Следовательно, функция спроса описывается уравнением $Q=200-8P$ (2 балла). Для нахождения равновесия приравняем спрос и предложение на отдельных участках. $0 \leq P < 10$: $200-8P=P+100$, отсюда $P=11,1$.

Следовательно, данный участок кривой предложения не подходит для нахождения равновесной цены, так как полученная цена больше максимальной цены для этого участка кривой.

Рыночное равновесие достигается на участке суммарного предложения двух фирм при $10 \leq P < 20$: $200-8P=1,6P+89$. Отсюда равновесная $P=11,5625$. Тогда равновесный выпуск равен (из функции предложения или из функции спроса) $Q=200-8*11,5625=1,6*11,5625+89=107,5$ (3 балла).

Тогда эластичность по формуле (см. п.А) равна:

$$E=-8*11,5625/107,5=-0,86 \text{ (2 балла).}$$

Ответ: А) цены выросли на 9,375%. В) эластичность спроса равна -0,86

Задача 2 «Овощи и защита отечественного производителя» (20 баллов)

В маленькой стране функция предложения овощей зарубежными продавцами описывается следующим уравнением: $Q_{sf} = 5P - 2$, предложение отечественных производителей: $Q_{sd} = P - 6$, а функция спроса, с которой сталкиваются зарубежные производители, $Q_D = 50 - 5P$ (Q – в центнерах, P – в денежных единицах). Оказалось, что цена на овощи устанавливается в результате взаимодействия отечественного спроса и предложения *зарубежных производителей* овощей. Отечественные производители действуют как ценополучатели, так что продавать они могут свою продукцию только по установленной зарубежными компаниями цене.

А) (5 баллов) Какая цена установилась на рынке? (1,5 балла) Сколько могут продавать овощей отечественные агрономы при таких ценах? (1,5 балла)

Какова эластичность функции спроса на продукцию отечественных производителей овощей? (2 балла)

Б) (7 баллов) Правительство решило защитить отечественных производителей и разработало два плана, позволяющих выйти отечественным агрономам на внутренний рынок овощей. План А предполагает введение квоты на продажу импортных овощей на внутреннем рынке в размере 10 центнеров.

Какая цена установится на рынке? (1,5 балла). Покажите ситуацию на графике (2 балла).

Сколько центнеров овощей по такой цене могут продать отечественные производители (1,5 балла)? Покажите ситуацию на графике (2 балла).

В) (8 баллов) Благодаря активной рекламе отечественных овощей, потребители готовы перейти с импортной продукции на отечественную, но лишь при условии, что цена на них останется на уровне цены из пункта А данной задачи. Тогда функция спроса на продукцию отечественного производителя будет такой же, какая была в пункте А на продукцию зарубежных агрономов. План Б подразумевает регулирование внутреннего рынка, а не внешнего. Правительство предлагает ввести дотацию отечественным производителям в размере S денежных единиц за каждый центнер овощей, чтобы отечественные агрономы могли выйти на внутренний рынок при условии, что цена на овощи удовлетворяет потребителей. Найдите, чему равна величина дотации S (1,5 балла), а также объем продукции, купленной у отечественного производителя (1,5 балла).

Г) Какую прибыль получают отечественные производители, если их постоянные издержки равны 200 ден. ед.? (3 балла). Покажите ситуацию графически (2 балла).

Решение:

А) По условию равновесная цена устанавливается исходя из зарубежного предложения. Приравниваем спрос и зарубежное предложение:

$$Q_{sf} = 5P - 2 = Q_D = 50 - 5P, \text{ отсюда получаем } P = 5,2. \text{ (1,5 балла)}$$

Т.к. отечественные продавцы (производители) по условию являются ценополучателями, то есть спрос на их продукт абсолютно эластичный - эластичность равна $-\infty$ (2 балла).

Подставим $P = 5,2$ в функцию предложения отечественных производителей $Q_{sd} = P - 6$, $Q = -0,8$ центнера, отечественные производители не продавали овощи на этом рынке, т.е. объем продаж равен 0 (1,5 балла)

Б) (7 баллов) При введении квоты кривая предложения изменится (см. Рисунок), и равновесие на рынке установится на уровне $Q=10$. Следовательно, из функции спроса можно определить равновесную цену: $Q_D = 50 - 5P = 10$, $P=8$ (1,5 балла)

При $P=8$ отечественные производители смогут продать $Q_{sd} = P - 6 = 8 - 6 = 2$ центнера овощей. (1,5 балла)

График для зарубежных продавцов: (2 балла)

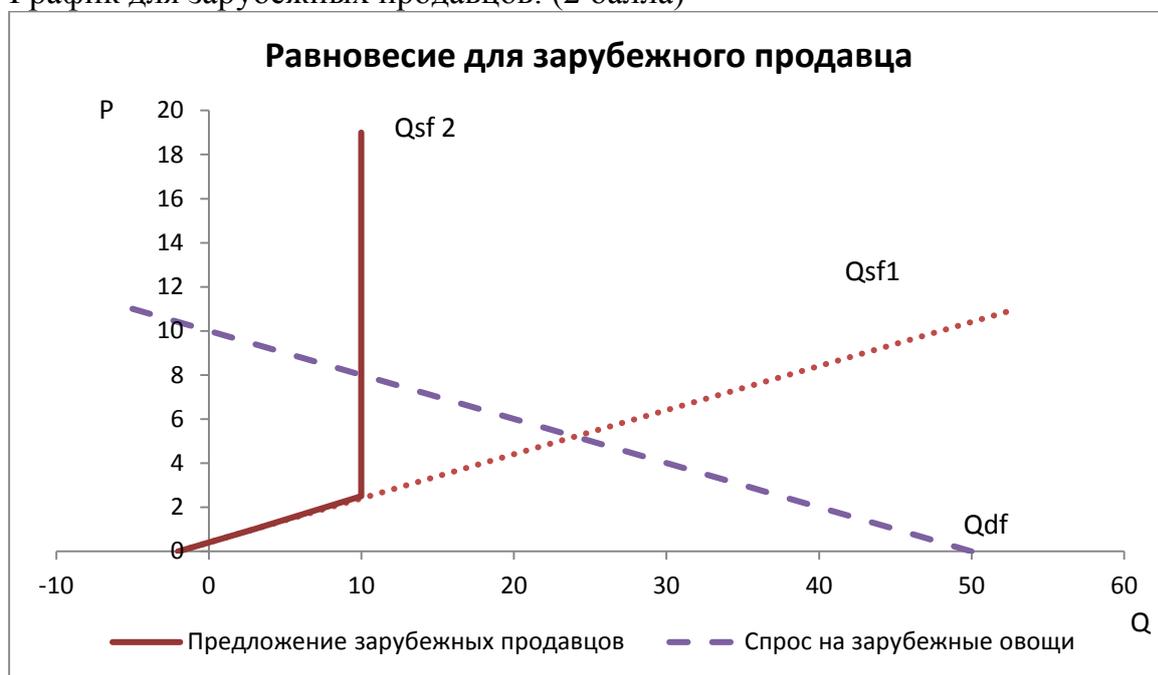
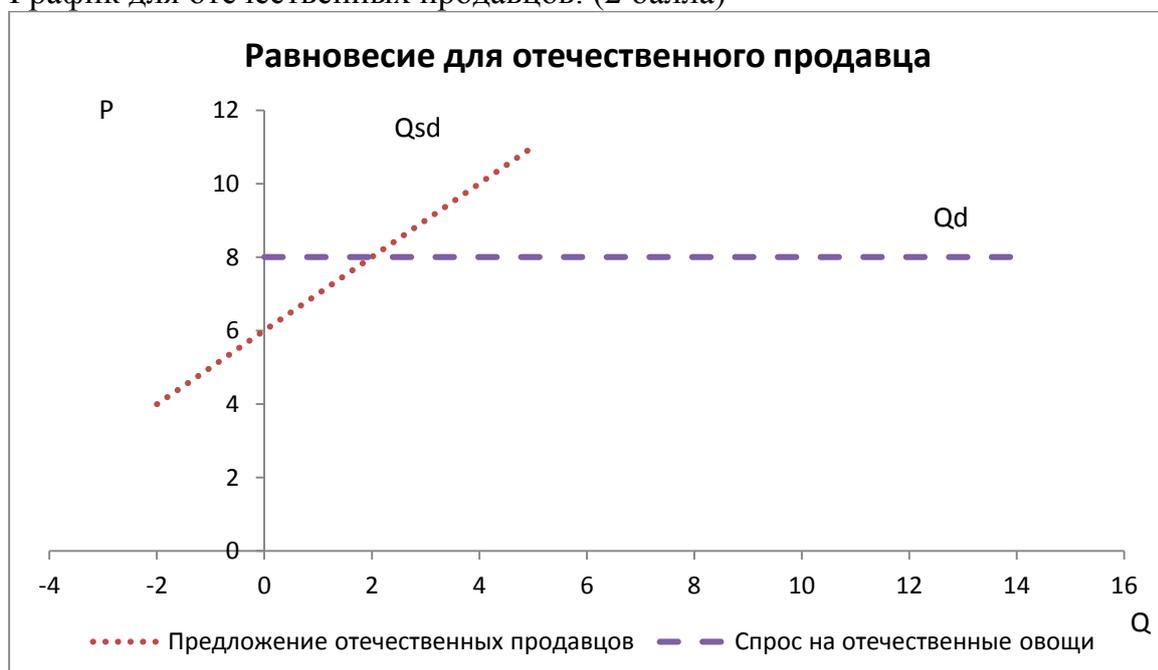


График для отечественных продавцов: (2 балла)



В) (8 баллов) по условию цена для покупателя должна остаться на уровне цены из пункта А задачи, т.е. $P_d = 5,2$. Цена производителя складывается из цены покупателя и величины дотации: $P_s = P_d + S = 5,2 + S$. При цене 5,2 покупатели приобретут $Q_d = 50 - 5P = 50 - 5 \cdot 5,2 = 24$ центнера овощей (1,5 балла). Тогда в равновесии $Q_d = Q_s = 24$, и $Q_s = P_s - 6$ по условию. Следовательно, $P_s = 24 + 6 = 30$, отсюда $P_s = 30 = P_d + S = 5,2 + S$, $S = 24,8$.

Другой вариант решения: в функцию предложения отечественных производителей подставим цену производителей, выраженную через цену покупателей: $P_s = P_d + S$, $Q_s = P_d + S - 6 = 5,2 + S - 6 = S - 0,8$. И т.к. $Q_s = 24$, то $S = 24,8$ (1,5 балла).

Г) На конкурентном рынке функция предложения является суммой предложений отдельных фирм. Предложение отдельной фирмы выводится из функции МС. Преобразовывая функцию предложения отрасли, получим $P_s = Q_s + 6$, т.е. отраслевое $MC = Q_s + 6$, отсюда, общие издержки всех фирм: $TC = \frac{Q_s^2}{2} + 6Q_s + 200$ (так как постоянные издержки по условию равны 400) (2 балла).

Прибыль можно посчитать двумя вариантами (за любой вариант 1 балл):

1. Через цену производителя (P_s). Тогда выручка $= TR = P_s \cdot Q = 30 \cdot 24 = 720$.

$TC(Q = 24) = \frac{24^2}{2} + 6 \cdot 24 + 200 = 632$ ден.ед. Прибыль равна $720 - 632 = 88$ денежных единиц.

2. Через цену покупателя (P_d). Тогда функция издержек меняется, т.к. в ней должна быть учтена дотация.

$$TC^* = \frac{Q_s^2}{2} + 6Q_s + 200 - 24,8Q_s = \frac{Q_s^2}{2} - 18,8Q_s + 200.$$

$$TC^*(Q = 24) = \frac{24^2}{2} - 18,8 \cdot 24 + 200 = 36,8$$
 ден.ед.

Выручка равна $TR = P_d \cdot Q = 5,2 \cdot 24 = 124,8$. Тогда прибыль равна $124,8 - 36,8 = 88$ ден.ед.

График (2 балла):



Ответ: А) $P = 5,2$ денежных единиц, спрос абсолютно эластичный, объем продаж отечественных овощей равен 0 Б) $P = 8$ денежных единиц, объем продаж отечественных овощей равен 2 центнерам. В) $S = 24,8$ денежных единицы, $Q = 24$ центнера, прибыль равна 88 денежным единицам.

Задача 3. «Несправедливость на пиратском судне» (20 баллов)

Команда корабля «Приз Удачи» состоит из 40 человек: пиратов под предводительством капитана Черная Борода. На о. Черепа пираты нашли клад на и поделили его между собой. Согласно Пиратскому Кодексу самая большая доля клада, достается старшему командному составу: капитану, помощнику капитана, картографу и казначею. Их доля равна половине всего клада. Средний и младший командный составы делят оставшееся золото между собой в пропорции 4 к 1. Известно, что младшего командного состава в 3 раза больше, чем среднего.

- 1) Найдите долю доходов каждой группы пиратов после дележа клада. (12 баллов)
- 2) Постройте кривую Лоренца и рассчитайте коэффициент Джинни для пиратского судна. (8 баллов)

Решение:

1. Составим таблицу группы пиратов («населения») и доходов: (6 баллов по 1 баллу за каждый правильный ответ).

Группы командных составов по возрастанию доходов	Количество членов группы	Доля группы в %	Доля доходов группы
1-ая младший командный состав	$3X = 27$	$(27/40) \times 100\% = 67,5\%$	$(50\%/5) \times 1 = 10\%$
2-ая средний командный состав	$X = 9$	$(9/40) \times 100\% = 22,5\%$	$(50\%/5) \times 4 = 40\%$
3-ая старший командный состав	4 (капитан, помощник, картограф, казначей)	$(4/40) \times 100\% = 10\%$	$100\%/2 = 50\%$

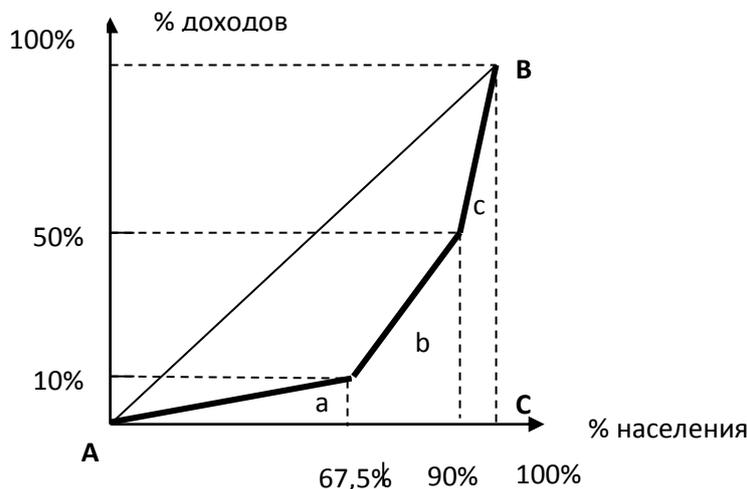
$40 - 4 = 36$ младший и средний состав всего. $X + 3X = 36$; $X = 9$

2. Кумулятивная таблица: (6 баллов по 1 баллу за каждый правильный ответ)

Группы командных составов по возрастанию доходов	% населения	% доходов группы
1-ая (младший состав)	67,5	10
1-ая+2-ая (младший+средний)	90	50
1-ая+2-ая+3-ая (все)	100	100

В целом 12 баллов по 1 пункту, если правильно построена кривая Лоренца без расчёта кумулятивной таблицы

Соответствующая кривая Лоренца выглядит следующим образом: (2 балла)



Рассчитаем коэффициент Джинни: **(6 баллов)**

$$Кдж = [S_{\Delta ABC} - (S_{\Delta a} + S_{\text{трапеции } b} + S_{\text{трапеции } c})] / S_{\Delta ABC}$$

Расчет площадей:

$$S_{\Delta a} = (67,5 \cdot 10) / 2 = 337,5 \text{ (1 балл)}$$

$$S_{\text{трапеции } b} = (10 \cdot (90 - 67,5) + ((90 - 67,5) \cdot (50 - 10)) / 2) = 225 + 450 = 675 \text{ (1 балл)}$$

$$S_{\text{трапеции } c} = (((100 - 90) \cdot 50) + ((100 - 90) \cdot 50)) / 2 = 500 + 250 = 750 \text{ (1 балл)}$$

$$\text{Сумма } (S_{\Delta a} + S_{\text{трапеции } b} + S_{\text{трапеции } c}) = 337,5 + 675 + 750 = 1762,5 \text{ (1 балл)}$$

$$S_{\Delta ABC} - (S_{\Delta a} + S_{\text{трапеции } b} + S_{\text{трапеции } c}) = (100 \cdot 100) / 2 - 1762,5 = 3237,5 \text{ (1 балл)}$$

$$Кдж = 3237,5 / 5000 = 0,6475 \text{ т.е. } 64,75\% \text{ (1 балл)}$$

Ответ:

- Доля доходов каждой группы пиратов после дележа клада составила: младший командный состав **10%**, средний командный состав **40%**, старший командный состав **50%**
- Коэффициент Джинни для пиратского судна составил **0,6475**

Задача 4. «Каша из топора» (20 баллов)

Старый Солдат, вернувшись с царской службы, решил открыть кафе «Каша из топора». Обустроить кафе он решил в старенькой избе, доставшейся ему в наследство. За долгие годы у царя на службе он скопил 400 гривенников.

На покупку новой русской печи для приготовления каши, срок службы которой 5 лет, он затратил половину имеющихся средств. Для работы он нанял повариху и работника с заработной платой 30 алтынов каждому ежемесячно. Да только повариха требует оплату за год вперед, а вот работник согласился на оплату из выручки.

Для приготовления каши ему необходимо закупить соль и крупу на 40 полтин, а так же дрова для печи за 12 рублей. Недостающую сумму Солдат решил взять в кредит в ЦарьБанке под 25% годовых, кроме этого он узнал, что процент по депозитам в этом же банке составляет 15%. По его расчетам за 1 год он сможет продать 4300 порций каши по цене 1 грош за порцию.

Солдат вел все расчеты в копейках, а система соотношения единых русских денег представлена на рисунке.



- 1) Рассчитайте, выручку и бухгалтерскую прибыль, которую принесет кафе «Каша из топора» своему владельцу за 1 год. **(10 баллов)**
- 2) Прознав про решение Солдата открыть кафе, его сосед Мельник, владелец небольшого трактира, предложил ему работу с оплатой 1 рубль в месяц, кроме этого он предложил на год взять в аренду избу солдата за 12 полтин в год. Стоит ли Солдату отказаться от предложения Мельника и начать собственный бизнес? Рассчитайте **экономическую прибыль** кафе «Каша из топора».

Подсказка: Экономическая прибыль = бухгалтерская прибыль – неявные затраты (альтернативные затраты)

Решение:

Сначала найдем соотношение всех денежных единиц в копейках 1 полтина=100/2 = 50 копеек, 1 гривенник=1/5 полтины =10 копеек, 5 грошей =1 гривенник, а значит 1 грош =2 копейки, 10 алтынов =30 копейкам, а 1 алтын =3 копейкам.

1. Рассчитаем выручку кафе: $4300 \cdot 2 = 8600$ копеек. **(3 балла)**
2. Запишем все явные (бухгалтерские затраты) и неявные затраты в таблицу: **(За верное нахождение суммы явных затрат 5 баллов, неявных затрат 6 баллов, в том числе, если задача решена частично, то за каждый пункт явных затрат по 1 баллу, неявных затрат по 2 балла).**

Явные затраты	Расчет в копейках	Неявные затраты	Расчет в копейках
Амортизация печи	$(400/2 \cdot 10)/5 \text{ лет} = 400$	Сумма неполученных % по депозиту	$4000 \cdot 0,15 = 600$
Заработная плата рабочих (поварихи и полового)	$(3 \cdot 30) \cdot 12 \cdot 2 = 2160$	Недополученная заработная плата	$1 \cdot 12 = 1200$
Приобретение соли и крупы	$40 \cdot 50 = 2000$	Недополученная плата за аренду	$12 \cdot 50 = 600$
Дрова для печи	$100 \cdot 12 = 1200$		
Сумма % по кредиту. Солдату не хватит собственных средств, 2000 коп. он потратит на печь, а еще 2000 уйдут на приобретение соли и крупы. Кредит необходим для выплаты з/п поварихе и покупке дров для печи.	$(1080 + 1200) \cdot 0,25 = 570$		
Итого:	6330	Итого:	2400

Бухгалтерские затраты = 6330 копеек.

Бухгалтерская прибыль = $8600 - 6330 = 2270$ копеек. **(2 балла)**

Экономические затраты = $6330 + 2400 = 8730$ копеек. **(2 балла)**

Экономическая прибыль = $8600 - 8730 = -130$ копеек.

Вывод о нецелесообразности собственного бизнеса 2 балла (или 4 балла, если не рассчитаны экономические затраты).

Ответ: TR=8600 копеек, Бухгалтерская прибыль =2270 копеек. Экономическая прибыль -130 копеек. Солдату не следует начинать собственный бизнес, а принять предложение Мельника.

Задача 5 "По диким степям Забайкалья"



На территории Забайкалья расположены крупнейшие в стране месторождения меди, молибдена, олова, урана. Здесь добывают золото, драгоценные минералы, вольфрам и т.д.

Вольфрам – это химический элемент, принадлежащий к VI группе периодической системы Менделеева. Находится под атомным номером 74, с атомной массой в 183,85. Он является основой из твердых и жаропрочных сплавов. Из него и его сплавов изготавливают износостойчивые сплавы и

инструментальные стали.

"Артель старателей" - единственная в регионе фирма, добывающая вольфрам.

Спрос на вольфрам задан функцией $Q_d = 200 - 0,5P_v$ (где P_v - цена вольфрама, у.е. Q - количество, тонн). Затраты на добычу тонны вольфрама имеют вид $ATC = 2Q + 160 + 100/Q$ (у.е.).

1) Артель максимизирует прибыль. Определите объем производства, цену и прибыль фирмы.

2) При добыче вольфрама сопутствующим продуктом является щебень. До сих пор фирма не продавала щебень, т.к. он не приносил прибыли, в результате 5 тонн щебня уходило в отвал при добыче 1 тонны вольфрама. Но бурное развитие дорожного строительства в регионе привело к тому, что вырос спрос на щебень. По оценке экспертов спрос на щебень, производимый артелью, имеет вид $q = 500 - 25P_{щ}$ (где $P_{щ}$ - цена щебня, у.е., q - количество щебня, тонн). "Артель старателей" должна будет доставлять щебень в речной порт за свой счет, ее издержки транспортировки при этом составят 4 у.е. за тонну щебня (далее доставку щебня по реке будет оплачивать сам покупатель).

Помогите экспертам сделать правильный вывод о том, стоит ли артели выходить на рынок щебня, для этого сделайте прогноз относительно возможного изменения общей прибыли.

Решение:

1) А) Запишем функцию выручки на вольфрам: обратная функция спроса $P_v = 400 - 2Q$, выручка $TR = P_v * Q = (400 - 2Q) * Q = 400Q - 2Q^2$.

Б) Перейдем от функции ATC к функции $TC = ATC * Q = (2Q + 160 + 100/Q) * Q = 2Q^2 + 160Q + 100$

В) Запишем функцию прибыли: $\Pi = TR - TC = (400Q - 2Q^2) - (2Q^2 + 160Q + 100) = 240Q - 4Q^2 - 100$.

Г) Функция прибыли - это парабола ветвями вниз, найдем ее максимум. $(\Pi)' = 0$

$(\Pi)' = (240Q - 4Q^2 - 100)' = 240 - 8Q = 0$, отсюда $Q^* = 30$ тонн

Д) Найдем оптимальную цену продажи вольфрама: $P_v = 400 - 2Q = 400 - 2 * 30 = 340$

Е) Рассчитаем прибыль фирмы: $\Pi = 240Q - 4Q^2 - 100 = 240 * 30 - 4 * 30^2 - 100 = 3500$ у.е. (2 балла)

2) А) Найдем максимальную прибыль, которую может получить "Артель старателей" от продажи щебня.

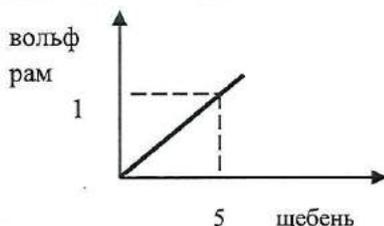
Функция прибыли имеет вид: $\Pi_{щ} = TR - TC = 20q - 0,04q^2 - 4q = 16q - 0,04q^2$. Найдем максимум этой функции $(\Pi_{щ})' = (16q - 0,04q^2)' = 16 - 0,08q = 0$, отсюда $q = 200$.

$\Pi_{щ} = 16 * 200 - 0,04 * 200^2 = 1600$. (1 балл)

Чтобы продать 200 тонн щебня, фирме необходимо производить вольфрама $Q = 200/5 = 40$ тонн. Но нашей фирме до сих пор было выгодно производить только 30 тонны

вольфрама (см п.1), поэтому необходимо максимизировать общую прибыль, т.е. прибыль от продажи вольфрама и щебня. (1 балл)

Б) По условию, добывая 1 тонну вольфрама, фирма получает сопутствующий щебень в количестве 5 тонн.



Запишем эту функцию $q = 5Q$.

В) Представим спрос на щебень, как функцию от добычи вольфрама: $5Q = 500 - 25P_{щ}$ или $Q = 100 - 5P_{щ}$ (2 балла)

Г) Запишем функцию выручки от продажи щебня: обратная функция спроса $P_{щ} = 20 - 0,2Q$, выручка $TR_{щ} = P * Q = (20 - 0,2Q) * 5Q = 100Q - Q^2$.

Г) Издержки на доставку щебня в порт имеют вид: $ТС_{щ} = 4q$ или $ТС_{щ} = 4 * 5Q = 20Q$

Е) Запишем функцию общей прибыли состоящую из двух участков т.к. при производстве вольфрама $Q < 40$ прибыль возрастает, при $Q = 40$ прибыль максимальна, а при $Q > 40$ прибыль убывает.

$$П_{щ+в} = TR_{в} + TR_{щ} - TC_{в} - TC_{щ}$$

$$П_{щ+в} = 400Q - 2Q^2 + 100Q - Q^2 - 2Q^2 - 160Q - 100 - 20Q = 320Q - 5Q^2 - 100 \text{ при } Q \leq 40$$

$$П_{щ+в} = 240Q - 4Q^2 - 100 + 1600 = 240Q - 4Q^2 + 1500 \text{ при } Q > 40 \text{ (8 баллов, т.е. по 4 балла за каждый участок прибыли)}$$

Ж) Функция прибыли - это парабола ветвями вниз, найдем ее максимум для участка $Q \leq 40$

$$(П)' = (320Q - 5Q^2 - 100)' = 320 - 10Q = 0, \text{ отсюда } Q = 32 \text{ тонны вольфрама.}$$

$$\text{Найдем общую прибыль } П = 320Q - 5Q^2 - 100 = 320 * 32 - 5 * 32^2 - 100 = 5020 \text{ у.е. (3 балла)}$$

Рассмотрим участок функции прибыли при $Q \geq 40$ $(П)' = (240Q - 4Q^2 + 1500)' = 240 - 8Q < 0$ для $Q \geq 40$, следовательно, прибыль убывает. А при $Q = 40$, $П = 4700$,

$П(40) < П(32)$, т.о. максимум прибыли достигается при производстве $Q = 32$ тонн вольфрама. (2 балла)

З) Определим изменение прибыли $\Delta П = 5020 - 3500 = +1520$ у.е. Прибыль увеличилась, значит фирме выгодно продавать щебень. (1 балл)

Ответ: 1) $Q = 30$, $P = 340$, $\Pi = 3500$ у.е. 2) $\Delta \Pi = +1520$, продавать щебень выгодно.

Председатель оргкомитета,
начальник управления образовательной политики
министерства образования Новосибирской области



В.Н. Шукин