

ОЧНЫЙ ОТБОРОЧНЫЙ ТУР. ЗАДАЧИ. РЕШЕБНИК.

для учащихся 9-х классов

Время выполнения 180 минут

Всего за задачи 100 баллов

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Решение каждой задачи должно быть выполнено максимально подробно, поскольку итоговая оценка учитывает то, какой процент приведенного решения является верным. Верным должно признаваться любое корректное решение приведенной задачи, независимо от того, насколько оно совпадает с авторским. Более подробные и полные решения оцениваются большим количеством баллов. Если жюри приходит к выводу, что задача скорее решена, чем не решена, то оценка должна быть больше половины от

XXIV Межрегиональный экономический фестиваль школьников «Сибиряда. Шаг в мечту» 22.01.2017
максимально возможной, в противном случае — меньше. Рекомендуется присваивать баллы за каждый шаг в решении задачи.

Арифметические ошибки не должны приводить к существенному сокращению баллов, поскольку на олимпиаде, в первую очередь, проверяется не умение хорошо считать, а умение нестандартно мыслить. При наличии ошибки нужно найти ее и снизить балл исходя из степени ее существенности.



Задача 1 "Винни-Пух и все, все, все" (20 баллов).

Предприимчивый друг Винни-Пуха, Кролик, начал разводить пчел, т.к. не без оснований полагал, что Винни будет постоянным покупателем меда. Но он ошибся, мед с удовольствием стали покупать и ослик Иа, и Пятачок, покупавшие ранее мед на рынке Чудесного леса.

На прошлой неделе Кролик получил от них заказ на свежий мед. Он погрузил на тележку два бидона с медом общим весом 90 кг (т.е. вес меда + вес бидонов).

Сначала Кролик заехал к Винни-Пуху и продал ему 60% меда, затем доехал до Иа, которому продал 25% от оставшегося меда. Последним свой заказ 24 кг меда выкупил Пятачок.

Весь мед продавался по одной цене. Выручка Кролика составила 32000 рублей.

А) По какой цене продавал мед Кролик?

Б) Тигра посоветовал Кролику изучить рынок меда в Чудесном лесу. Последовав совету, Кролик выяснил, что спрос на мед имеет вид $Q_d = 1500 - 2P$, а предложение $Q_s = 3P - 550$ (где P - цена меда за килограмм, Q - количество меда, кг).

Если Кролик будет продавать мед на рынке в Чудесном лесу, а его друзья вновь покупать мед на рынке, то кто из персонажей сказки Алана Милна получит выгоду и какую? (для простоты будем считать, что объем покупки меда героями сказки так мал, что не меняет функции спроса).

Решение:

А)1) Допустим X - это вес меда. Тогда можно составить уравнение $X = 0,6X + (X - 0,6X) \cdot 0,25 + 24$, отсюда $X = 80$ кг **(8 баллов)**

2) Цена меда $P = 32000/80 = 400$ рублей **(1 балл)**

Б)

3) Найдем равновесную цену меда в Чудесном лесу. Для этого приравняем спрос и предложение $1500 - 2P = 3P - 550$, отсюда $P^* = 410$ рублей за кг **(2 балла)**

4) С появлением Кролика на рынке меда изменится предложение. Новая функция предложения имеет вид $Q_s = 3P - 550 + 80 = 3P - 470$ **(4 балла)**

5) Найдем новую равновесную цену меда $1500 - 2P = 3P - 470$, получим $P^*_2 = 394$ рубля за кг **(1 балл)**.

6) Очевидно, что выгоду получают Винни-Пух, Иа и Пятачок, т.к. для них цена станет ниже. Каждый сможет сэкономить на покупке 1 кг меда $(400 - 394) = 6$ рублей. **(1 балл)**

7) Выгода Винни-Пуха составит $6 \cdot 80 \cdot 06 = 288$ рублей. **(1 балл)**

Выгода Иа составит $6 \cdot (80 - 48) \cdot 0,25 = 48$ рублей. **(1 балл)**

Выгода Пятачка составит $6 \cdot 24 = 144$ рубля. **(1 балл)**

(* Если участник олимпиады посчитал **только** общую выгоду $80 \cdot 6 = 480$ рублей, то **1 балл**)

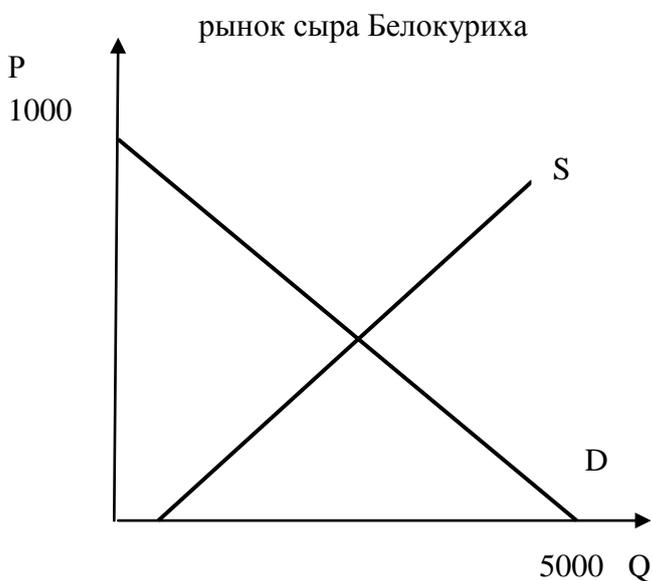
Ответ: А) Р меда = 400 руб/кг; Б) выгода Винни-Пуха 288 рублей; Иа 48 рублей, Пятачка 144 рубля.

Задача 2 "Алтайские сыровары" (20 баллов)



Традиционным народным промыслом в селе Солоновка на Алтае является производство сыра из козьего и коровьего молока. Отличительной особенностью этого сыра всегда было высокое качество и оригинальный вкус.

Продавать домашний сыр принято на рынке небольшого курортного городка Белокуриха.



Спрос на сыр и его предложение представлены функциями, которые изображены на графике (где P - цена сыра за килограмм, Q - количество сыра, килограмм в год). Щедрый продавец готов дать попробовать сыр всем потенциальным покупателям, для этого им не жалко 200 кг сыра в год. А если цена сыра вырастет на 20 рублей, то продавец готов дополнительно предложить 100 кг сыра.

Марусина бабушка давно живет в Солоновке. Она лучший сыровар в селе, и мечтает передать секрет производства домашнего сыра своим родным. Наконец-то, Марусины папа и мама отважились переехать в

Солоновку и продолжить семейную традицию. Но, поскольку производство сыра должно стать основным источником дохода семьи, решено было построить новую сыроварню. После того, как цех был запущен, предложение сыра в Белокурихе увеличилось на 120% (при каждом уровне цен).

1) Запишите функции спроса и предложения до открытия сыроварни, найдите равновесную цену сыра и объем продаж. **(10 баллов)**

2) Найдите новые равновесные значения цены и объема продаж на рынке домашнего сыра. **(7 баллов)**

3) Изобразите графическую модель рынка сыра в Белокурихе, покажите произошедшие изменения **(3 балла)**

Решение:

1) Запишем функцию спроса на сыр в Белокурихе. Данная функция линейна, т.е. имеет вид $Q_d = aP + b$

а) Составим систему уравнений соответствующих графику спроса:

$0 = a \cdot 1000 + b$; $5000 = a \cdot 0 + b$, отсюда $b = 5000$, $a = -5$,

функция спроса имеет вид **$Q_d = -5P + 5000$ (3 балла).**

б) Запишем функцию первоначального предложения, которое имеет вид

$Q_s = aP + b$, где $b = 200$, т.к. это количество сыра продавцы готовы раздать бесплатно, $a = 100/20 = 5$ (это тангенс угла наклона графика предложения к оси P). Таким образом, функция предложения **$Q_s = 5P + 200$ (3 балла)**

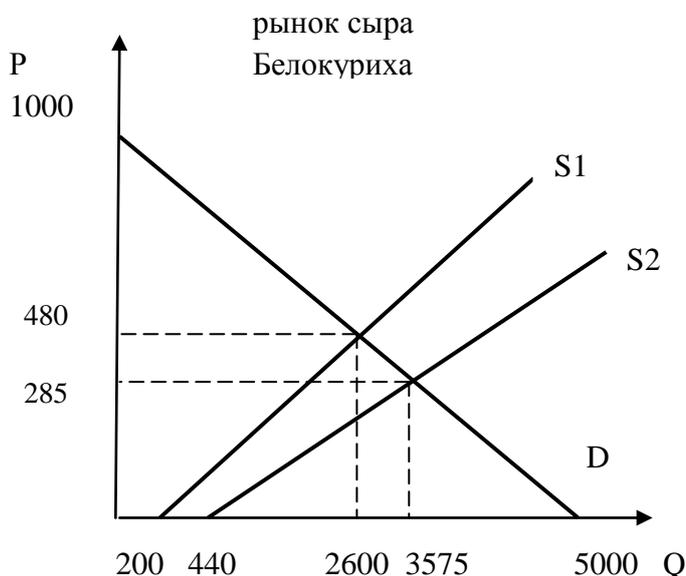
в) Найдем равновесные значения на рынке сыра, $Q_d = Q_s$ ($-5P + 5000 = 5P + 200$), отсюда **$P^* = 480$ руб/кг, $Q^* = 2600$ кг (2+2 = 4 балла).**

2) После выхода на рынок нового продавца функция предложения будет иметь вид: **$Q'_s = Q_s \cdot 2,2 = (5P + 200) \cdot 2,2 = 11P + 440$ (3 балла);**

Рассчитаем новые равновесные значения $Q_d = Q'_s$ $-5P + 5000 = 11P + 440$, таким образом **$P_2^* = 285$ руб/кг, $Q_2^s = 3575$ кг (2+2 = 4 балла);**

3) Изобразим графическую модель рынка сыра (3 балла)

Ответ: 1) $Q_d = 5000 - 5P$, $Q_s = 5P + 200$; 2) $P^*_2 = 285$ руб/кг; $Q^*_2 = 3575$ кг.



Задача 3 "Стеклодувы Динь и Дон" (20 баллов).

Стеклодувная мастерская "Динь-Дон" к предстоящему празднику выпускает подарочный набор, состоящий из кувшина и двух бокалов. За день мастера в лучшем случае могут сделать 20 таких наборов, причем мастер Динь выдувает только кувшины, а мастер Дон только бокалы. Альтернативная стоимость одного кувшина у мастера Динь 0,5 бокала.



Альтернативная стоимость одного бокала у мастера Дон 0,5 кувшина (альтернативная стоимость не изменяется).

Однажды поссорились мастер Динь и мастер Дон. Теперь они работают по отдельности и каждый должен сам производить и кувшины и бокалы.

А) Постройте кривую производственных возможностей (КПВ) мастерской "Динь-Дон", отмечая по вертикали бокалы, а по горизонтали - кувшины (7 баллов)

Б) Запишите функции индивидуальных КПВ мастера Динь и мастера Дон (4 = 2+2 балла)

В) Как изменилось количество подарочных наборов, которые производят поссорившиеся мастера по сравнению с совместным производством в мастерской, если каждый мастер старается произвести наибольшее количество наборов? (9 баллов)

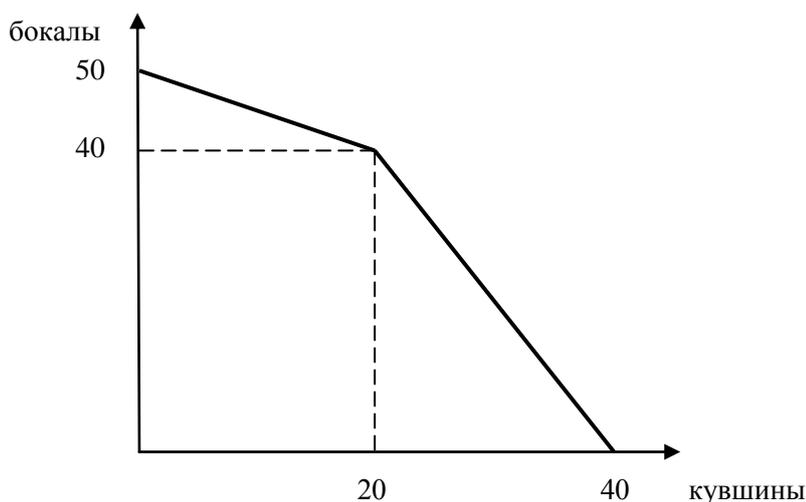
Решение:

А) 1) Представим условие задачи в виде таблицы:

	Производство в день		Альтернативная стоимость	
	кувшины	бокалы	1 кувшина	1 бокала
Мастер Динь	20		0,5 бокала	
Мастер Дон		40		0,5кувшина

2) Заполним таблицу: (3 балла)

	Производство в день		Альтернативная стоимость	
	кувшины	бокалы	1 кувшина	1 бокала
Мастер Динь	20	10	0,5 бокала	2 кувшина
Мастер Дон	20	40	2 бокала	0,5 кувшина



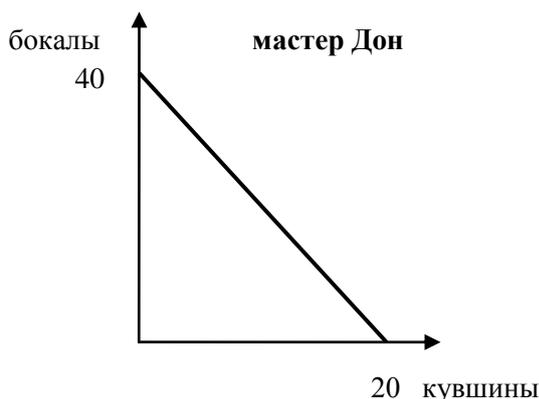
а) Мастер Динь может произвести бокалов $20 \cdot 0,5 = 10$, альтернативная стоимость 1 бокала = $20/10 = 2$ кувшина.

б) Мастер Дон может произвести кувшинов $40 \cdot 0,5 = 20$, альтернативная стоимость 1 кувшина = $40/20 = 2$ бокала.

3) Построим КПВ мастерской "Динь-Дон" (4 балла)

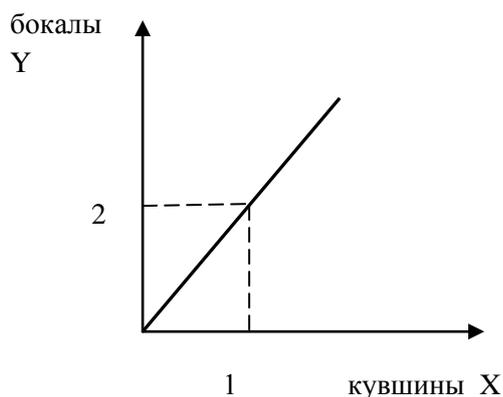
Сравнительное преимущество в производстве кувшинов имеет мастер Динь, а в производстве бокалов мастер Дон. Поэтому излом имеет координаты 40 бокалов и 20 кувшинов.

Б) 4) Построим КПВ каждого мастера по отдельности. Используем данные из заполненной таблицы:



В) Рассчитаем, какое количество подарочных наборов могут сделать мастера, работая отдельно:

5) Построим график и запишем функцию комплектов.



Данная функция имеет вид $Y = aX$, т.е. $2 = a \cdot 1$, отсюда $a = 2$, **Б = 2К (2 балла)**

б) Чтобы определить, сколько наборов делает каждый мастер надо записать функцию КПВ мастера и приравнять к функции комплектов:

а) Функция КПВ мастера имеет вид $B = -aK + b$,

Составим и решим систему уравнений:

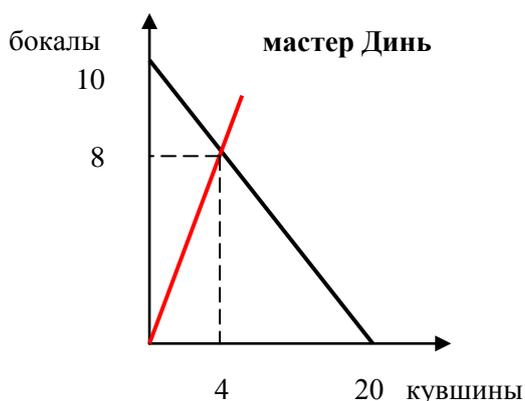
$$0 = a \cdot 20 + b$$

$10 = a \cdot 0 + b$, отсюда $b = 10$, $a = -0,5$; функция КПВ $B = 10 - 0,5K$; **(2 балла)**

б) $10 - 0,5K = 2K$, следовательно **К = 4, Б = 8**

Мастер Динь сделает за день 4 набора (3 балла)

(* можно записать функцию КПВ без графической модели по данным таблицы)



в) Функция КПВ мастера имеет вид $B = -aK + b$, Составим и решим систему уравнений:

$$0 = a \cdot 20 + b$$

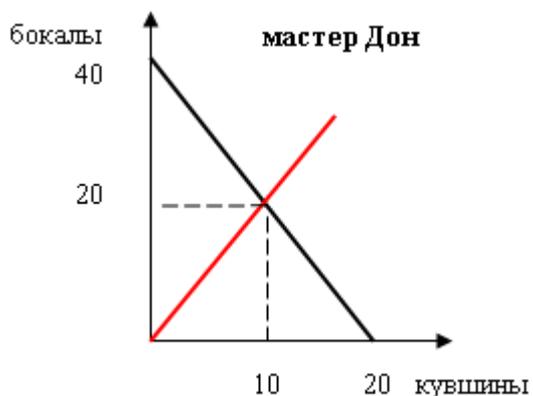
$$40 = a \cdot 0 + b, \text{ отсюда } b = 40, a = -2$$

функция КПВ **$B = 40 - 2K$ (2 балла);**

г) $40 - 2K = 2K$, следовательно **К = 10, Б = 20**

Мастер Дон сделает за день 10 наборов (3 балла).

(* можно записать функцию КПВ без графической модели по данным таблицы)



7) Работая по отдельности мастера сделают $(4 + 10) = 14$ наборов.

Количество подарочных наборов уменьшилось на $(14 - 20) = -6$ **(1 балл)**

Ответ: Б) КПВ мастера Динь $B = 40 - 2K$; КПВ мастера Дон $B = 40 - 2K$.

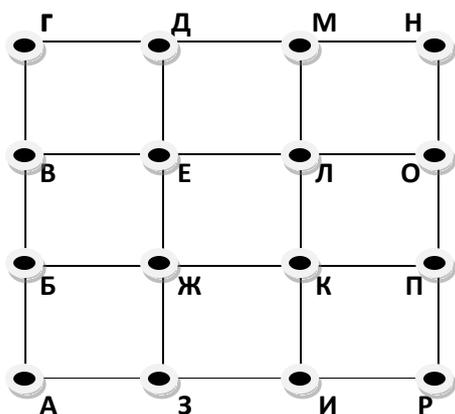
В) Количество подарочных наборов уменьшилось на 6.

Задача 4 "Центральный квартал" (20 баллов)

Жители коттеджного поселка "Центральный квартал" готовы потратить на обновление дорожной разметки 50 тысяч рублей. Площадь поселка представляет собой квадрат 3×3 км, состоящий из кварталов площадью 1×1 км (см план поселка). Вокруг каждого квартала проложена дорога, нуждающаяся в обновлении разметки.

Для выполнения этой работы пригласили Иннокентия, т.к. он обладает достаточным опытом и имеет в своем распоряжении необходимую дорожную технику.

ПЛАН ПОСЕЛКА



Все расходы по нанесению разметки Иннокентий берет на себя. Известно что затраты на 1 км разметки (в том числе расходы на краску) составляют 900 рублей. Кроме того, расходы на дизельное топливо для спецтехники составляют 100 рублей на 1 км и они не зависят от того наносится в этот момент разметка или нет.

Кеша плохо ориентируется в поселке, поэтому ему необходима помощь в разработке маршрута, при котором он получит максимальную прибыль.

1) Помогите ему и опишите подробно маршрут (т.е. последовательно каждый км пути, например А- Б -Ж- З - А - Б - В и т.д., для данного примера расходы составят $(5 \cdot 900 + 6 \cdot 100) = 5100$ рублей).

2) Укажите, какое количество "холостых ходов" он совершил (возвратов).

3) Рассчитайте, какую прибыль сможет получить Иннокентий?

4) Попробуйте обосновать, какое минимальное количество "холостых ходов" сделает Иннокентий (**бонус до 5 баллов**)

Решение:

1) Вариантов оптимального движения может быть несколько. Рассмотрим два из них:

- Б → А → З → И → Р → П → К → Ж → Б → В → Е → Л → О → П → О → Н → М → Л → К → Ж → Е → Д → М → Д → Г → В
- Б → Ж → Е → Д → Г → В → Е → Л → М → Д → М → Н → О → Л → К → П → О → П → Р → И → К → Ж → З → И → З → А → Б → В (выделены возвратные движения без нанесения разметки)

При оптимальном маршруте только 3 раза будет движение спецтехники без нанесения разметки.

2) Рассчитаем расходы на нанесение разметки: $C_1 = 24 \cdot (900 + 100) = 24000$ руб.

Расходы на движение без нанесение разметки $C_2 = 100 \cdot 3 = 300$ руб.

Всего расходы составят $C = 24000 + 300 = 24300$ руб.

3) Найдем прибыль Иннокентия: $\Pi = 50000 - 24300 = 25700$ рублей.

4) **Возможно обоснование того, что минимальное количество "холостых" движений равно 3:** Заметим, что из восьми перекрестков выходит нечетное количество дорог (по три дороги): Б, В, Д, М, О, П, И, З.

Кроме того, если начать движение из одного из них, то шесть из них не будут являться началом/концом пути. Значит, т.к. количество входов и выходов в такие перекрестки должны совпадать, у каждого из шести точно есть одна дорога, по которой придется пройти дважды. Дорога соединяет не больше двух перекрестков, поэтому дорог, по которым придется пройти дважды, не меньше трех (каждая является дополнительным

XXIV Межрегиональный экономический фестиваль школьников «Сибиряда. Шаг в мечту» 22.01.2017
входом/выходом для двух перекрестков). Таким образом, невозможно дважды пройти по
менее, чем трем дорогам. (бонус до 5 баллов)

**Ответ: 2) минимальное количество "холостых ходов" 3, 3) прибыль составит 25700
рублей.**

Критерии оценивания:

*За нахождение оптимального маршрута 18 баллов, при трехкратном движении
техники без нанесения разметки.*

*За каждое дополнительное (возвратное) движение без нанесения разметки (-3) балла.
Например, 4 "холостых хода", то оценка за маршрут составит $(18 - 3) = 15$ баллов.*

Правильный расчет затрат в соответствии с построенным маршрутом 1 балл

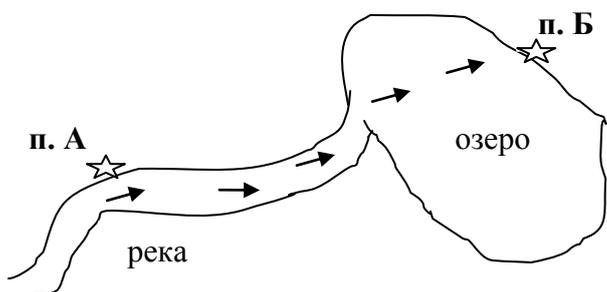
Расчет прибыли 1 балл.

*За правильное обоснование количества "холостых ходов" бонус 5 баллов, попытка
обоснования количества возвратов может быть оценена от 1 до 4 баллов.*

Задача 5. "Из пункта А в пункт Б." (20 баллов).

А) Группе туристов необходимо добраться из пункта А в пункт Б. Пункт А находится на берегу реки, а пункт Б на берегу озера (см схему). Поэтому решено было добираться на катере. Ребята договорились с Евгением, владельцем катера, что тот подбросит их до п. Б, при условии, что туристы компенсируют ему только затраты (обозначим затраты "С") на бензин в оба конца. От пункта А до озера надо проплыть 18 км вниз по течению скорость которого 2 км в час. Затем еще по озеру 8 км до пункта Б. Известно что, по спокойной воде озера катер может идти со скоростью 10 км в час. Расход топлива равен 2 литра в час. Цена 1 литра бензина 50 рублей.

Помогите руководителю группы подсчитать, какую сумму денег он должен заплатить Евгению? (15 баллов)



Б) После поездки Евгений задумался, а может стоит заняться перевозкой туристов на своем катере? Но тогда он должен будет на весь сезон оставить основную работу, где сейчас зарабатывает 900 рублей в день. Желających совершить такую поездку достаточно, т.к. в п. Б находится знаменитая пещера с хорошо сохранившимися наскальными рисунками древних людей. Но, и желающих заработать таким образом владельцев маломерных судов хватает, поэтому цена билета (туда и обратно) не может быть больше 200 рублей.

Какое минимальное количество поездок (N) в день должен совершить Евгений, если его катер вмещает 5-х пассажиров? (5 баллов)

Решение:

А) Определим время необходимое катеру для прохождения каждого участка пути:

1) от п. А до озера катер идет по течению, поэтому его скорость составляет $(10 + 2) = 12$ км в час. При такой скорости катеру потребуется $t = 18/12 = 1,5$ часа (4 балла)

2) от реки по озеру до п. Б и обратно до реки скорость катера 10 км в час. При такой скорости катеру потребуется $t = 8/10 = 0,8$ часа. Поскольку катеру предстоит плыть еще в обратную сторону по озеру, то ему необходимо в 2 раза больше времени, т.е. $t = 0,8*2 = 1,6$ часа **(4 балла)**

3) от озера по реке до пункта А катер идет против течения, поэтому его скорость составляет $(10-2) = 8$ км в час. При такой скорости катеру потребуется $t = 18/8 = 2,25$ часа. **(4 балла)**

4) Общее время в пути составит $t = 1,5 + 1,6 + 2,25 = 5,35$ часа. **(1 балл)**

5) общие расходы на топливо составят $C = 5,35*50*2 = 535$ руб. **(2 балла)**

Б)

6) Найдем прибыль, которую может получить Евгений от одной поездки $\Pi = 5*200 - 535 = 465$ руб **(2 балла)**

7) Найдем количество поездок в день, которые компенсируют потерю заработной платы $N = 900/465 \approx 1,93$ поездки **(1 балла)**

8) Таким образом, Евгений должен совершить 2 поездки в день, т.к. количество поездок не может быть дробным числом **(2 балла)**

Ответ: А) туристы должны заплатить 535 руб. Б) не меньше 2-х поездок в день.