

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП. ЗАДАЧИ С РЕШЕНИЯМИ.
для учащихся 7-8х классов

Продолжительность работы – 150 минут.
Максимальное количество баллов за задачи – 80.
Каждая задача оценивается из 20 баллов.

Задача 1. «Почем ореховая смесь?»

Салим купил 50 кг ореховой смеси, в которой содержалось 30% миндаля, по 100 рублей за килограмм. Потом докупил другую ореховую смесь, в которой содержалось 50% миндаля, но она была куплена уже по 200 рублей за килограмм. Когда Салим смешал обе смеси, то получил новую ореховую смесь, в которой содержание миндаля составило 42%. По какой цене он должен продавать эту ореховую смесь, чтобы обеспечить себе прибыльность (рентабельность) не менее 20%?

Решение:

1) Определим объем ореховой смеси, которую будет продавать Салим.
Пусть X – это объем второй смеси, которая была куплена Салимом по 200 рублей за килограмм.
Запишем соотношение, определяющее баланс миндаля во всех смесях.
Первая смесь содержит миндаля $50 \cdot 0,3$ килограмм.
Вторая смесь содержит миндаля $X \cdot 0,5$ килограмм.
Смесь, предназначенная на продажу, содержит миндаля $(50+X) \cdot 0,42$ килограмм.
Получаем $(50 \cdot 0,3) + (X \cdot 0,5) = (50+X) \cdot 0,42$.
Решив это уравнение, находим, что $X=75$ килограмм.
Итак, Салим получил $(50+75)=125$ килограмм ореховой смеси, которую он собирается продать.

2) Определим расходы Салима, связанные с закупкой ореховых смесей.
 $50 \cdot 100 + 75 \cdot 200 = 20\,000$ рублей.

3) Рассчитаем цену, по которой Салиму следует продавать смесь.
Пусть P – это цена продажи новой смеси. Тогда для обеспечения прибыльности (рентабельности) не менее 20% должно выполняться неравенство:

$$\frac{125 \cdot P - 20\,000}{20\,000} \cdot 100\% \geq 20\%.$$

Решив это неравенство получаем, $P \geq 192$ рублей.

Ответ: Салим должен продавать смесь по цене не менее 192 рубля за килограмм.

Критерии оценивания:

Определение объема второй смеси – 10 баллов.
Расчёт издержек по закупке – 5 баллов.
Определение минимальной цены продажи – 5 баллов.

Задача 2. «Повышение цены и рентабельность»

Предприятие повысило цену на свою продукцию на 20% без изменения объема производства. Во сколько раз увеличилась рентабельность после повышения цены (рентабельность рассчитывается как отношение прибыли к издержкам), если стоимость используемых ресурсов не изменилась, а до повышения цены рентабельность составляла 20%?

Решение:

$$\text{Рентабельность } \text{Rent}_0 = \frac{\pi}{\text{ТС}} = \frac{P - \text{АТС}}{\text{АТС}} = \frac{P}{\text{АТС}} - 1 = 0,2, \rightarrow \frac{P}{\text{АТС}} = 1,2$$

$$\text{После повышения цены: } \text{Rent}_1 = \frac{1,2P - \text{АТС}}{\text{АТС}} = \frac{1,2P}{\text{АТС}} - 1 = 1,2 \cdot 1,2 - 1 = 1,44 - 1 = 0,44 \text{ или } 44\%.$$

То есть рентабельность возросла в $44/20 = 2,2$ раза

Ответ: в 2,2 раза.

Критерии оценивания:

Определение соотношения цены и средних издержек ($Rent_0 = \frac{\pi}{TC} = \frac{P-ATC}{ATC} = \frac{P}{ATC} - 1 = 0.2, \rightarrow$

$\frac{P}{ATC} = 1.2$) – 5 баллов.

Определение новой рентабельности – 10 баллов.

Расчет во сколько раз возросла рентабельность – 5 баллов.

Задача 3. «Прополка грядок»

Маша может прополоть грядку морковки за 40 минут, а Пете для этого потребуется 2 часа. Работая вместе, они пропололи 3 грядки. Какую зарплату получила Маша, если один час ее работы стоит 200 рублей?

Решение: Маша за 1 минуту пропалывает $\frac{1}{40}$ грядки, а Петя за 1 минуту пропалывает $\frac{1}{120}$ грядки.

Значит, вдвоем за 1 минуту они пропалывают $\frac{1}{40} + \frac{1}{120} = \frac{1}{30}$ грядки. Так как общими усилиями

было прополото 3 грядки, то для этого потребовалось $(3 : \frac{1}{30}) = 90$ минут, т.е. 1,5 часа. Значит,

Маше надо заплатить $1,5 * 200 = 300$ рублей.

Ответ: 300 рублей.

Критерии оценивания:

Определение общей скорости прополки – 10 баллов.

Определение времени работы – 5 баллов.

Расчет зарплаты Маши – 5 баллов.

Задача 4. «Сяо и Мяо ждут гостей»

Подруги Сяо и Мяо ждут гостей, которых они намерены угостить фантастическими блюдами: абвгдейчиками и альфабетагамбургерами. Учитывая предпочтения гостей, они запланировали сделать 100 абвгдейчиков и 10 альфабетагамбургеров. Известно, что для изготовления одного абвгдейчика Сяо надо 15 минут, а Мяо – 5 минут, а для того чтобы сделать один альфабетагамбургер Сяо надо 30 минут, а Мяо – 15 минут.

Определите, сколько часов подруги будут совместно заниматься готовкой, если им следует очень торопиться, так как надо не только приготовить блюда, но и кухню потом отмыть!

Решение:

1) Определяем, в производстве каких блюд Сяо и Мяо имеют сравнительные преимущества.

Пусть товар X - это абвгдейчики, а товар Y – это альфабетагамбургеры.

Если Сяо изготовит 1 единицу товара Y, то затратит 30 минут, за это время она могла бы сделать 2 единицы товара X ($30/15=2$). Значит, альтернативная стоимость 1 единицы товара Y для нее равна 2-м единицам товара X.

Аналогичные рассуждения для Мяо: если Мяо изготовит 1 единицу товара Y, то затратит 15 минут, за это время она могла бы сделать 3 единицы товара X ($15/5=3$). Значит, альтернативная стоимость 1 единицы товара Y для нее равна 3-м единицам товара X.

Это позволяет нам дать оценку сравнительных преимуществ для Сяо и Мяо : изготавливая одну единицу товара Y Сяо «жертвует» МЕНЬШИМ количеством товара X, значит она имеет сравнительное преимущество в производстве товара Y. Соответственно Мяо имеет сравнительные преимущества в производстве товара X.

Для наглядности и удобства анализа запишем полученные результаты в таблицу.

Производитель и товаров X и Y	Затраты времени на производство единицы товара X	Затраты времени на производство единицы товара Y	Альтернативная стоимость единицы товара X	Альтернативная стоимость единицы товара Y	Сравнительное преимущество
Сяо	15 минут	30 минут	$(15/30)=0,5$ единицы товара Y	$(30/15)=2$ единицы товара X	в производстве товара Y
Мяо	5 минут	15 минут	$(5/15)=1/3$ единицы товара Y	$(15/5)=3$ единицы товара X	в производстве товара X

2) Определяем, каким будет соотношение производимых блюд, если Сяо и Мяо будут специализироваться на разных блюдах.

Сяо и Мяо должны специализироваться на тех блюдах (товарах), в производстве которых они имеют сравнительные преимущества. За единицу времени, например, один час Сяо сделает $(60/30)=2$ единицы товара Y, а Мяо сделает $(60/5)=12$ единиц товара X.

3) Определяем, кто из подруг будет производить только одно блюдо, а кто два.

Так как подруги должны сделать 100 единиц товара X и 10 единиц товара Y, то мы можем посчитать, сколько времени пришлось бы потратить каждой из них, если бы они специализировались на производстве только тех товаров, в отношении которых они имеют сравнительные преимущества. Сяо потребовалось бы на производство товара Y (10/2=5 часов), а Мяо на производство товара X (100/12=8,33 часа). А это значит, что, сделав за 5 часов 10 единиц товара Y, Сяо присоединится к Мяо, чтобы быстрее закончить совместную работу. Итак, Мяо будет делать только товар X, а Сяо – и товар X, и товар Y.

4) Рассчитываем необходимое время для получения заданного набора блюд.

Пусть T – это время (в часах), которое подруги совместно тратят на готовку.

Тогда $(12*T)$ – это количество товара X, которое изготовит Мяо (в час она делает 12 единиц товара X).

$((T-5)*4)$ – это количество товара X, которое изготовит Сяо: $(T-5)$ – столько часов она непосредственно делает товар X, а за час она может изготовить $(60 \text{ минут}/15 \text{ минут})=4$ единицы товара X.

Теперь мы можем записать соотношение, определяющее общее количество товара X.

$(12*T) + (T-5)*4=100$. Получаем что $(16*T)=120$ и находим, что $T=7,5$ часов.

Ответ: 7,5 часов.

Критерии оценивания:

Определение сравнительных преимуществ – 5 баллов.

Определение количества продукции, которое могут произвести работники в единицу времени при условии полной специализации на разных блюдах – 5 баллов.

Определяем, кто из работников будет производить только одно блюдо, а кто два - 5 баллов.

Расчет необходимого времени для выполнения работы – 5 баллов.