

ОЧНЫЙ ОТБОРОЧНЫЙ ТУР. ЗАДАЧИ. РЕШЕБНИК.

для учащихся 11-х классов

Время выполнения 180 минут

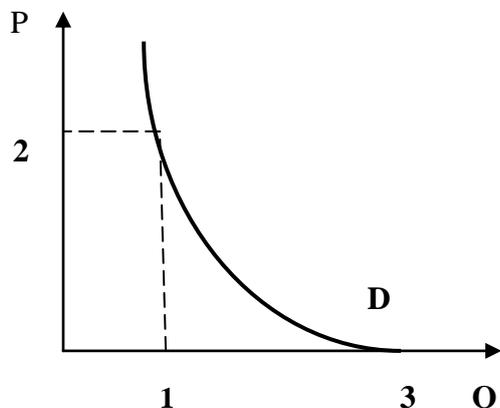
Всего за задачи 100 баллов

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Решение каждой задачи должно быть выполнено максимально подробно, поскольку итоговая оценка учитывает то, какой процент приведенного решения является верным. Верным должно признаваться любое корректное решение приведенной задачи, независимо от того, насколько оно совпадает с авторским. Более подробные и полные решения оцениваются большим количеством баллов. Если жюри приходит к выводу, что задача скорее решена, чем не решена, то оценка должна быть больше половины от максимально возможной, в противном случае — меньше. Рекомендуется присваивать баллы за каждый шаг в решении задачи.

Арифметические ошибки не должны приводить к существенному сокращению баллов, поскольку на олимпиаде, в первую очередь, проверяется не умение хорошо считать, а умение нестандартно мыслить. При наличии ошибки нужно найти ее и снизить балл исходя из степени ее существенности.

Задача 1. Алтайский мед (20 баллов)



Семья Игнатьевых владеет небольшой пасекой, которая находится на Алтае. Обычно Игнатьевы мед не продают, но прошлое лето было очень теплым, обильно цвели медоносы: гречиха, липа, луговые травы. В результате меда собрали больше обычного и у семьи возникли излишки в размере 1000 кг. Их можно самим продать либо на рынке в небольшом городке Яровое, либо сдать весь мед оптом в магазин "Дары природы" для продажи в городе Бийске. Оптовая закупочная

цена на мед в магазине "Дары природы" 950 рублей за килограмм.

На семейном совете решили доверить окончательное принятие решения сыну Глебу, студенту экономического факультета НГУ. Глеб исследовал рынок меда в Яровом, и вот, что ему удалось выяснить :

Рыночный спрос на мед можно описать функцией вида $Y = (a/X)+b$,

График функции представлен на рисунке.

Q - количество меда в тоннах, P - цена меда за тонну, млн. рублей.

Функция предложение меда линейна.

В равновесии ценовая эластичность спроса на мед равна $E_d = -2/3$, а предложения $E_s = 1$.

Расходы на доставку и организацию продажи меда в Яровом не зависят от количества меда и составят 50 тыс. рублей. В Бийске все расходы берет на себя розничный продавец, т.е. сам магазин "Дары природы".

Помогите, пожалуйста, Глебу принять правильное решение. Обоснуйте свои рекомендации расчетом возможной прибыли (расходами на производство меда можно пренебречь).

Решение:

1) Рассчитаем прибыль, которую могут получить Игнатьевы, если сдадут мед в магазин "Дары природы". Прибыль равна выручке, т.к. расходы на доставку отсутствуют.

$$\Pi = P \cdot Q = 950 \cdot 1000 = 950000 \text{ руб (0,95 млн рублей)}. \quad (1 \text{ балл})$$

2) Запишем функцию спроса на мед в Яровом: данная функция имеет вид

$$Y = a/X + b \text{ (гипербола сдвинутая по оси P) или } P = a/Q + b$$

Составим систему уравнений соответствующую графику:

$$2 = a/1 + b$$

$$0 = a/3 + b$$

отсюда $a = 3$, $b = -1$. Т.о. обратная функция спроса имеет вид: $P = 3/Q - 1$, перейдем к прямой функции спроса: **$Q_d = 3/(P + 1)$ (6 баллов)**

3) Определить равновесные значения на рынке меда можно при помощи коэффициента эластичности спроса: $E_d = (Q_d)' * P/Q$, т.о. $-2/3 = (3/(P+1))' * P/Q = -3/(P + 1)^2 * P * (P + 1)/3 = -P/(P + 1)$,

$-2/3 = -P/(P + 1)$, отсюда $P^* = 2$, $Q^* = 1$ **(5 баллов)**

4) Запишем функцию первоначального предложения, которое имеет вид

$Q_s = aP$ (по условию $E_s = 1$)

Подставим равновесные значения: $1 = a * 2$, следовательно, $a = 0,5$, а функция предложения **$Q_s = 0,5P$ (2 балла)**

5) После выхода на рынок нового продавца функция предложения будет иметь вид: **$Q's = 0,5P + 1$ (1 балл)**

6) Рассчитаем новые равновесные значения $Q_d = Q_s'$

$3/(P + 1) = 0,5P + 1$, отсюда **$P^{2*} = 1$, $Q^{2s} = 1,5$ (1 балл)**

7) Найдем выручку семьи, если мед будет продан в Яровом $TR = P * Q = 1 * 1 = 1$ млн. рублей.

8) Найдем прибыль Игнатьевых от реализации меда в Яровом $\Pi = TR - TC = 1 - 0,05 = 0,95$ млн руб **(1 балл)**

9) Выручка от продажи меда в Бийске равна выручке, которую можно получить в Яровом, т.о. на первый взгляд, семье безразлично, где продать излишки меда **(1 балл)**.

10) В действительности, Игнатьевым выгоднее сдать весь мед оптом в магазин "Дары природы", т.к. в этом случае не будет риска продать меньше 1000 кг меда, не возникнет альтернативных издержек у времени, которое будет затрачено на продажу меда в розницу и т.д. **(2 балла)**

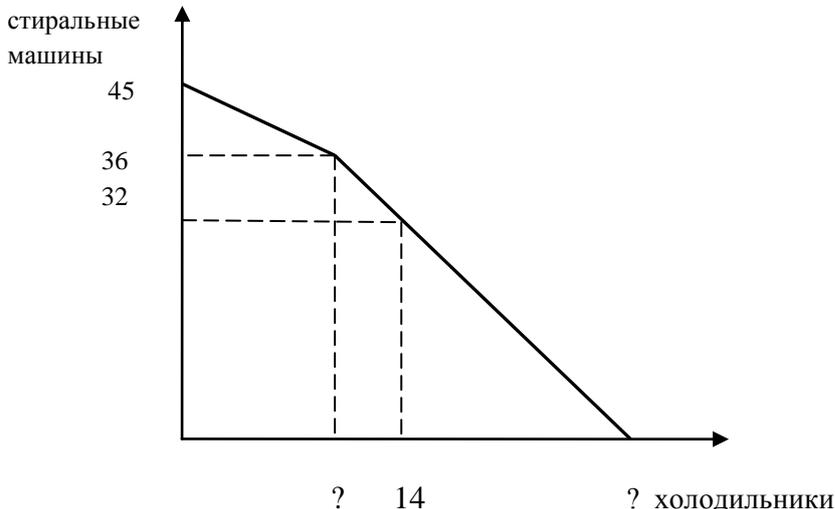
Ответ: Игнатьевым выгоднее сдать весь мед оптом в магазин "Дары природы".

Задача 2. РемБытТехника (20 баллов)

В небольшой мастерской по ремонту промышленных холодильников и стиральных машин работают два мастера Данила и Семён.

Данила может отремонтировать в месяц 30 холодильников или 30 стиральных машин. Семён ремонтирует за месяц 20 холодильников или 15 стиральных машин. Но, возможности мастерской принимать в ремонт технику зависят не только от квалификации мастеров, но и от размеров производственных площадей, на которых мастера могут вести ремонт техники. Например, для ремонта и хранения одного холодильника требуется 2 м^2 площади.

Ниже показана кривая производственных возможностей мастерской (КПВ)



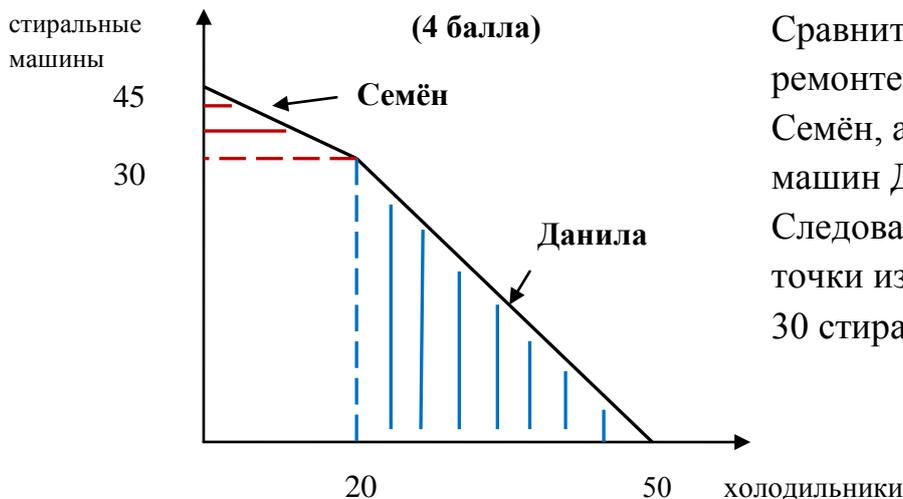
А) Определите производственную площадь мастерской. **(17 баллов)**

Б) Оцените, сможет ли мастерская принять заказ от гипермаркета "Гигант" на ремонт 20 промышленных холодильников и 25 стиральных машин? **(3 балла)**

Решение:

А) 1) Построим КПВ мастерской без учета ограничения по производственной площади.

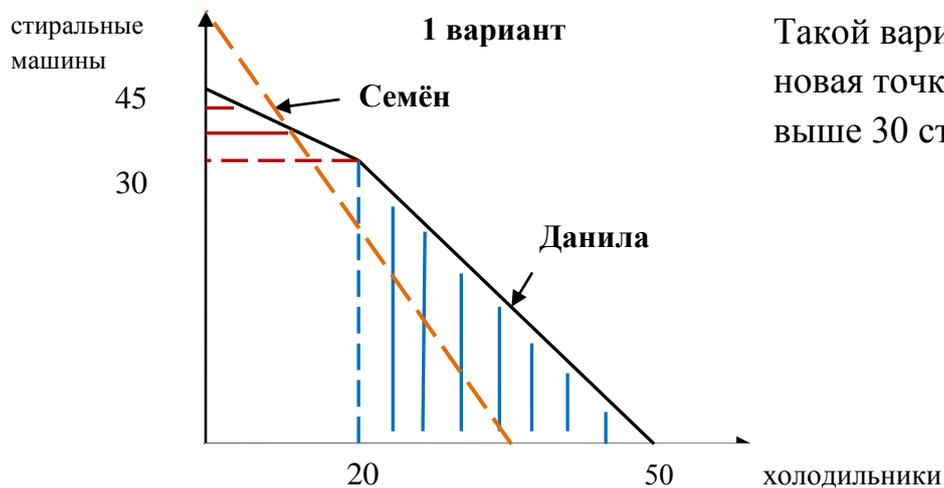
	Ремонт за месяц (шт)		Альтернативная стоимость	
	холодильники	стиральные машины	1 холодильника	1 стиральной машины
Данила	30	30	1 стир маш	1 хол
Семён	20	15	0,75 стир маш	4/3 хол



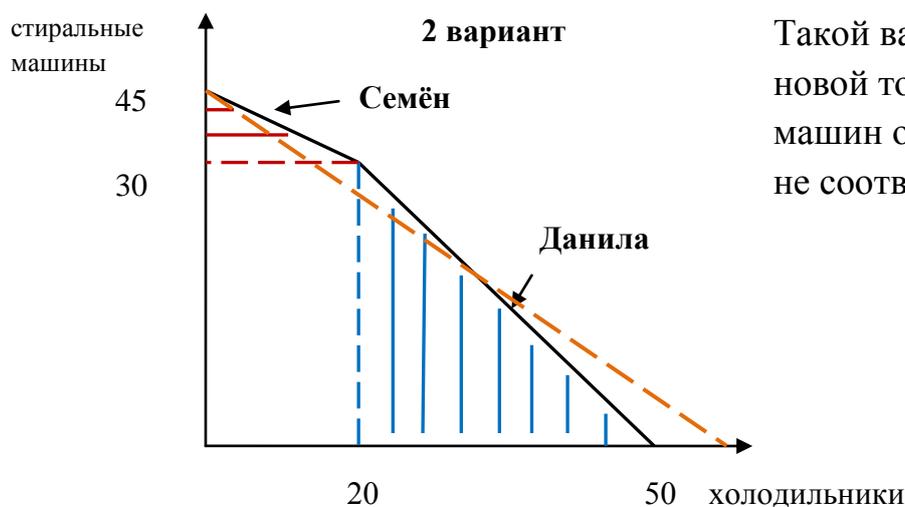
Сравнительное преимущество в ремонте холодильников имеет Семён, а в ремонте стиральных машин Данила.

Следовательно, координаты точки излома 20 холодильников и 30 стиральных машин.

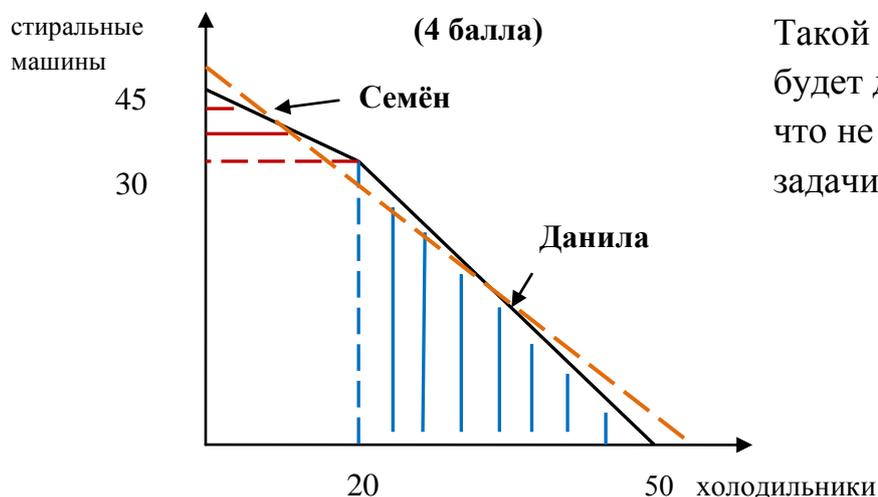
2) а) рассмотрим возможные варианты ограничения по производственной площади мастерской:



Такой вариант возможен, т.к. новая точка излома окажется выше 30 стиральных машин.



Такой вариант не возможен, т.к. в новой точке излома стиральных машин окажется меньше 30, что не соответствует условию задачи



Такой вариант не возможен, т.к. будет две новых точки излома, что не соответствует условию задачи

Заметим, что ограниченность производственных площадей мастерской приводит к тому, что невозможно одновременно отремонтировать за месяц 20 холодильников и 30 стиральных машин. Значит координата 36 стиральных машин (см. КПВ в условии задачи) принадлежит ограничению по площади мастерской.

Таким образом, линия ограничения по производственной площади мастерской может пройти только так, как в варианте №1 (6 баллов, т.е. по 2 балла за каждый рассмотренный вариант. За недостаточно полное обоснования до 3-х баллов)

б) Найдем количество холодильников, соответствующее ремонту 36 стиральных машин.

Для этого запишем функцию верхнего участка КПВ, которая имеет линейный вид $Y = b - aX$, где, $b = 45$ (максимальное количество стиральных машин), $a = 0,75$ (альтернативная стоимость Семена в ремонте 1 холодильника). Т.е. функция верхнего участка КПВ **Стир. Маш. = 45 - 0,75 Хол.**

Подставим в эту функцию известное нам значение: $36 = 45 - 0,75 \text{ Хол}$, получим **Хол = 12 (3 балла)**

в) Нижний участок заданной в условии КПВ принадлежит ограничению по производственной площади мастерской, т.к. координата 32 стиральные машины оказалась ниже точки излома КПВ. Запишем его функцию, она линейна, мы имеем две координаты этой функции.

Составим и решим систему уравнений:

$$36 = a12 + b$$

$$32 = a14 + b$$

отсюда $a = -2$, $b = 60$, ограничение имеет вид **Стир. Маш. = 60 - 2Хол.** Максимальное количество стиральных машин, которое может поместиться в мастерской равно 60 (**1 балл**)

г) Найдем площадь мастерской. Максимальное количество холодильников, которое может вместить мастерская $0 = 60 - 2\text{Хол}$, т.е. равно 30. Ремонт одного холодильника требует 2 м^2 площади, следовательно **$S = 30 \cdot 2 = 60 \text{ м}^2$ (3 балла)**

(*** можно сразу после п.а) найти производственную площадь мастерской. Нижний участок КПВ соответствует ограничению по площади, альтернативная стоимость на этом участке

1 Стир. Маш. = 0,5 холодильника, т.е. для ремонта стиральной машины требуется 1 м^2 площади. Тогда площадь мастерской $S = 36 \cdot 1 + 12 \cdot 2 = 60 \text{ м}^2$ (**7 баллов**)

Б) Проверим, сможет ли мастерская выполнить заказ гипермаркета "Гигант", отремонтировать 25 стиральных машин и 20 холодильников. Подставим в функцию нижней части КПВ, например, 20 холодильников, т.е. Стир. Маш. = $60 - 2 \cdot 20 = 20$. Невозможно выполнить заказ гипермаркета. (**3 балла**)

Ответ: А) Производственная площадь мастерской 60 м^2 ; Б) Мастерская не сможет выполнить заказ гипермаркета "Гигант".

Задача 3. О пользе змеиного яда (20 баллов)



Лиза живет в городке Змеиногорске Алтайского края, но на каникулах часто приезжает к бабушке в деревню. Бабушка Лизы знаменитая знахарка. В семье принято передавать секреты приготовления различных снадобий через поколение по женской линии, т.е. от бабушки к внучке. Прошлым летом Лиза научилась варить обезболивающее снадобье и все необходимые компоненты для его приготовления (снадобье годится только для наружного применения). В его составе "живая" вода и змеиный яд.

Издержки производства "живой" воды $ТС = 25Q^2$ (где Q - количество флаконов по 50 мл), а змеиного яда $ТС = 3200Q + 400$ (где Q - количество флаконов по 50 мл). Лиза

XXIV Межрегиональный экономический фестиваль школьников «Сибиряда. Шаг в мечту» 22.01.2017 назвала снадобье "Бальзам безболин", концентрация змеиного яда в бальзаме составляет 40%. (технология производства бальзама такова, что процесс нельзя прервать, пока не будет получен конечный продукт).

Лиза провела маркетинговое исследование рынка и выяснила, что в Змеиногорске нет аналогов такого бальзама. За первую неделю была продана пробная партия из 30 флаконов по 50 мл по цене P1. Во второй партии было уже 150 таких же флаконов бальзама. Чтобы продать весь продукт за неделю, Лизе пришлось снизить цену до P2, но ее выручка при этом не изменилась. Методом проб и ошибок Лиза выяснила, что получить выручку больше, чем 162000 рублей в неделю не удастся.

Помогите Лизе определить, сколько бальзама надо производить и по какой цене продавать, чтобы она могла получить максимальную прибыль, если спрос имеет линейный вид. Какую максимальную прибыль за неделю может получить Лиза?

Решение:

1) Запишем функцию издержек приготовления бальзама:

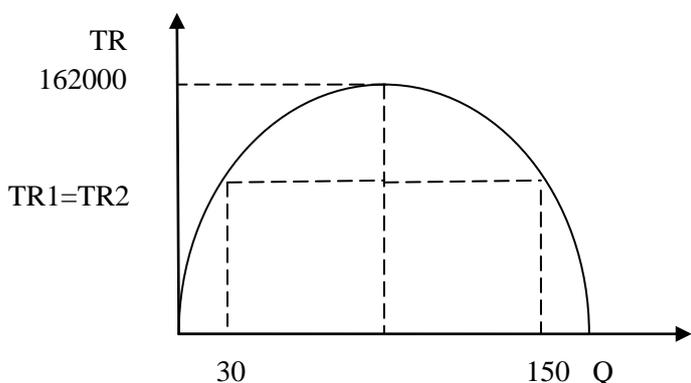
$$TC = 25(Q \cdot 0,6)^2 + 3200Q \cdot 0,4 + 400 = 9Q^2 + 1280Q + 400 \text{ (7 баллов)}$$

2) Нам понадобится функция MC, поскольку Лиза монополист на данном рынке.

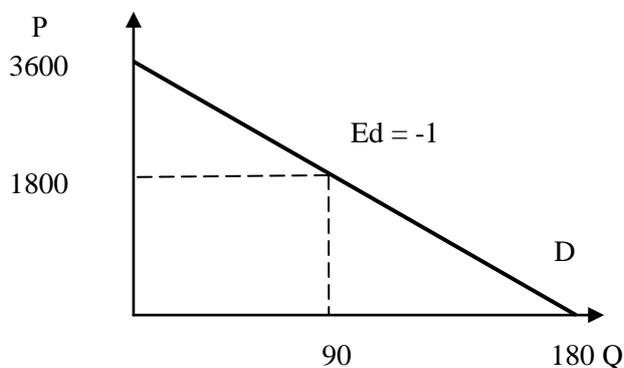
$$MC = (TC)' = (9Q^2 + 1280Q + 400)' = 18Q + 1280 \text{ (2 балла)}$$

3) Найдем цену, при которой выручка максимальна.

Для линейной функции спроса выручка имеет вид $TR = -aQ^2 + b$, т.е. это парабола, выходящая из начала координат. Выручка достигает максимума при $Q = (Q_1 + Q_2)/2 = (30 + 150)/2 = 90$
 $P = TR/Q = 162000/90 = 1800$ рублей.



4) Запишем функцию спроса на бальзам.



Выручка достигает максимума при единичной эластичности спроса, т.е. ровно в середине графика спроса.

Тогда максимальное значение количества $Q_{max} = 90 \cdot 2 = 180$.

Линейный спрос имеет вид

$$Q_d = -aP + b, \text{ где } b = 180,$$

$$a = -90/1800 = -0,05$$

$$\text{Т.о. } Q_d = 180 - 0,05P \text{ (4 балла)}$$

5) Запишем функцию $MR = (TR)'$ (1 балл)

Обратная функция спроса $P = 3600 - 20Q$, $TR = 3600Q - 20Q^2$, $MR = (3600Q - 20Q^2)' = 3600 - 40Q$

6) Найдем оптимальный объем производства бальзама и рыночную цену, для этого $MR = MC$

$3600 - 40Q = 18Q + 1280$, отсюда $Q^* = 40$ флаконов, $P^* = 2800$ рублей. (3 балла)

7) Найдем прибыль, которую может получить Лиза

$TR = P^*Q = 2800 \cdot 40 = 112000$ (1 балл)

$TC = 9 \cdot 40^2 + 1280 \cdot 40 + 400 = 66000$ (1 балл)

$\Pi = TR - TC = 112000 - 66000 = 46000$ (1 балл)

Ответ: $Q^* = 40$ флаконов, $P^* = 2800$ рублей, прибыль от продажи бальзама составит 46000 рублей в неделю.

Задача 4 "Остров невезения" (20 баллов).



Island Kingdom (далее ИК) располагаются в северо-западной части Океании, в архипелаге Каролинских островов, на расстоянии около 4000км к юго-западу от Гавайских островов. ИК проводит агрессивную внешнюю политику в отношении других островных государств.

В настоящий момент экономика страны находится в долгосрочном равновесии, ВВП=2500 у.е. (Y_1), естественная безработица 5% (U^*). Уравнение совокупного спроса имеет вид $Y = M \cdot V / P$.

В стране не пользуются наличными деньгами. Все расчеты носят безналичный характер. Денежная масса составляет 2000 у.е. (M_1), $V_1 = 1$.

Центральный Банк установил норму обязательного резерва $rr = 10\%$ (известно, что *единственный* в стране коммерческий банк не держит избыточных резервов).

Бесконечные войны требуют непомерных расходов от государства. ЦБ, поддерживая политику правительства, выпустил в обращение дополнительные деньги (например, предоставил кредит коммерческому банку), в результате инфляция за год составила 50%, а экономика ИК оказалась в ситуации сверхзанятости. Номинальный ВВП (НВВП) вырос до 3150 у.е., но скорость обращения денег (V) пока не изменилась.

А) Каким стал уровень безработицы в ИК, если коэффициент Оукена равен 2,5? (7 баллов)

Б) Сколько дополнительных денег было выпущено в обращение Центральным Банком страны? (5 баллов)

В) Инфляция привела к тому, что жители островного государства начали отказываться от использования денег, частенько прибегая к обмену товара на товар. Доля бартерного обмена составила 25% от всех товаров и услуг. Чтобы предотвратить дальнейший рост цен, ЦБ изменил норму обязательного резервирования на 2,5 процентных пункта.

Как и на сколько процентов в результате такой политики изменилась скорость обращения денег? (8 баллов)

Решение:

А) 1) Если $V_1 = 1$, $M_1 = 2000$, то исходный уровень цен составил:

$$P_1 = M \cdot V / Y = 2000 \cdot 1 / 2500 = 0,8 \text{ (1 балл)}$$

2) Найдем новый уровень цен, т.к. инфляция составила 50%,

$$\text{то } P_2 = P_1 \cdot 1,5 = 0,8 \cdot 1,5 = 1,2 \text{ (1 балл).}$$

3) Найдем реальный ВВП страны по формуле РВВП (Y_2) = НВВП/ P = 3150/1,2 = 2625 у.е. (1 балл)

4) Чтобы определить, как изменилась безработица в краткосрочном периоде, воспользуемся коэффициентом Оукена. Разрыв между РВВП составляет $\Delta Y = (2625/2500 - 1) \cdot 100 = 5\%$.

$$\text{Изменение безработицы } \Delta U = -\Delta Y / 2,5 = 5 / 2,5 = -2\%. \text{ (3 балла)}$$

$$\text{Новый уровень безработицы равен } U = U^* - \Delta U = 5 - 2 = 3\%. \text{ (1 балл)}$$

Б)

5) Найдем новую денежную массу страны $M_2 = P \cdot Y / V = 1,2 \cdot 2625 / 1 = 3150$ у.е. (1 балл)

6) Так как кредит ЦБ не является депозитом, то коммерческий банк не отчисляет обязательные резервы от этой суммы. Таким образом, сумма выданного им кредита равна сумме, полученной от ЦБ (1 балл)

7) Поскольку в стране есть только один коммерческий банк, то процесс мультипликации не происходит. (2 балл)

8) ЦБ выпустил в обращение дополнительно:

$$3150 - 2000 = 1150 \text{ (1 балл)}$$

В)

9) В результате денежная масса $M_3 = M_2 = 3150$ у.е. (1 балла)

10) Найдем РВВП, который участвует в денежном обмене, после того, как началось "бегство от денег". $Y_3 = Y_2 \cdot (1 - 0,25) = 2625 \cdot 0,75 = 1968,75$ у.е. (4 балла)

11) Найдем новую скорость обращения денег $V_2 = P \cdot Y / M_3 = 1,2 \cdot 1968,75 / 3150 = 0,75$ (2 балла)

12) Изменение скорости обращения составило $\Delta V = (V_2 - V_1) \cdot 100 = (0,75 - 1) \cdot 100 = -25\%$ (1 балл)

Ответ: А) новый уровень безработицы в ИК равен 3%, Б) ЦБ дополнительно выпустил в обращение 1150 у.е. В) скорость обращения денег упала на 25%.

Задача 5 "В здоровом теле – здоровый дух" (20 баллов)

Жители Маленького Островного Королевства (далее МОК) привыкли заботиться о своем здоровье. Доброй традицией является ежегодное прохождение диспансеризации. На острове 20 конкурирующих между собой поликлиник, которые платно оказывают услуги диспансеризации. Затраты одной поликлиники заданы функцией $TC = 5n^2 - 650n$, где n - количество жителей ($n > 65$), при этом $n = (x + y)$, где x - количество пенсионеров, y - количество не пенсионеров (остальных граждан), которых обслуживает одна поликлиника. Но, к сожалению, не все граждане МОК могут себе позволить ежегодную диспансеризацию, т.к. экономика характеризуется значительным неравенством в распределении доходов.

Спрос пенсионеров на услугу задан функцией $P_x = 250 - 0,5N_x$ (где N_x - количество пенсионеров на острове). Спрос остальных жителей задается $P_y = 1000 - 0,5N_y$ (где N_y - количество остальных жителей острова).

А) Найдите цену за услуги диспансеризации, которая сложилась на рынке МОК. Сколько пенсионеров и остальных жителей проходят ежегодную диспансеризацию? Постройте графическую модель рынка **(12 баллов)**.

Б) Правительство поручило экономистам разработать программу государственной поддержки здравоохранения, т.к. диспансеризация имеет положительный внешний эффект. Экономисты учли внешний эффект в функции спроса на диспансеризацию со стороны правительства МОК. По их оценкам интересам государства соответствует спрос $N_{x+y} = 2500 - 2,8P_g$ (где N_{x+y} и P_g - параметры равновесия рынка). Сколько островитян должны проходить диспансеризацию с точки зрения правительства? Покажите новое равновесие на графической модели рынка из пункта А **(3 балла)**.

В) Правительство острова, заботясь о здоровье пенсионеров, выделяет субсидии поликлиникам (!), благодаря которым, больше граждан имеющих пенсионное удостоверение может проверить свое здоровье. Какой размер субсидии должно выделить правительство для граждан с пенсионным удостоверением, чтобы достичь равновесия с точки зрения государства **(5 баллов)?**

Решение:

А) 1) Запишем функцию предложения одной поликлиники $MC = 10n - 650$, перейдем к обратной функции $n_s = 0,1P + 65$ **(3 балла)**

2) Запишем функцию предложения 20 поликлиник

$$N_s = n_s * 20 = (0,1P + 65) * 20 = 2P + 1300 \text{ (1 балл)}$$

3) Запишем функцию рыночного спроса на услугу диспансеризации:

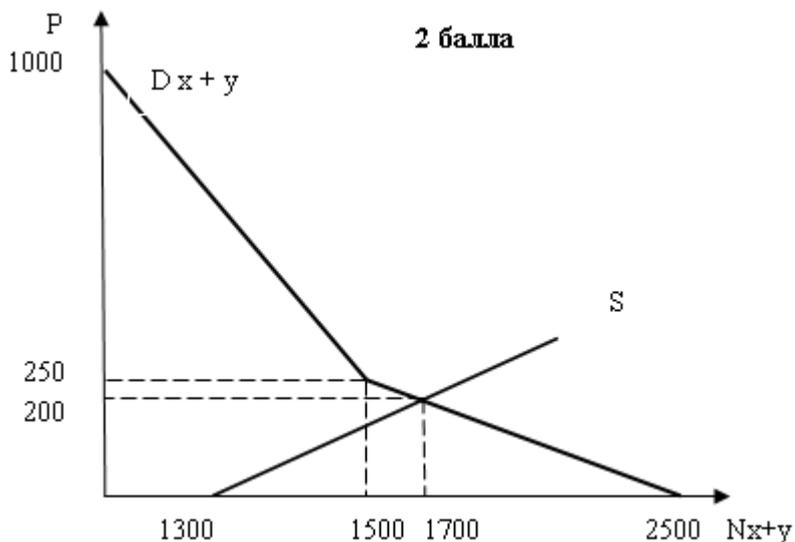
а) перейдем от обратных функций спроса к прямым:

$$N_x = 500 - 2P \text{ (пенсионеры), } N_y = 2000 - 2P \text{ (остальные);}$$

б) рыночный спрос имеет вид: $250 < P \leq 1000, N_{dx+y} = 2000 - 2P$;

$$P \leq 250, N_{dx+y} = 2500 - 4P \text{ (3 балла)}$$

3) Построим графическую модель и найдем параметры частного равновесия:



Приравняем функцию рыночного спроса и предложения:

$$2500 - 4P = 2P + 1300, \text{ отсюда}$$

$$P^* = 200, N_{x+y}^* = 1700 \text{ человек.}$$

(1 балл)

4) Найдем количество пенсионеров и остальных жителей, которые проходят ежегодную диспансеризацию:

$$N_x = 500 - 2 * 200 = 100 \text{ человек (пенсионеры) (1 балл)}$$

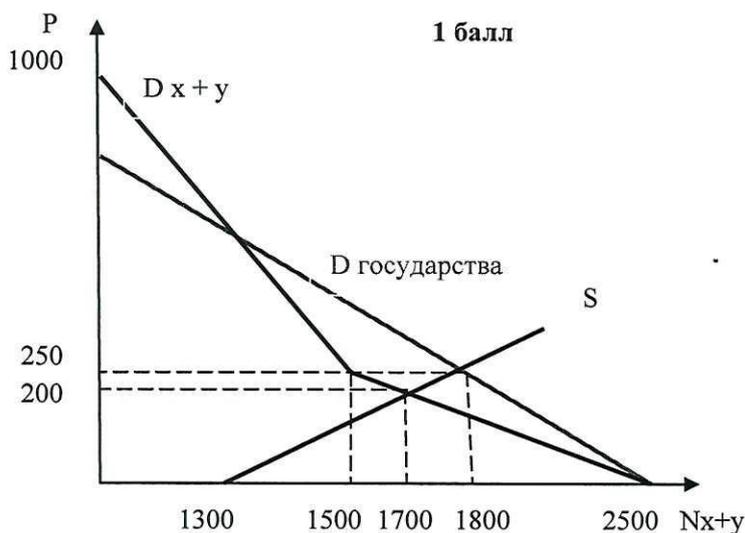
$N_y = 2000 - 2 \cdot 200 = 1600$ человек (остальные) (1 балл)

Б) 5) Найдем параметры равновесия с учетом интересов государства, приравняем функцию спроса государства и предложения поликлиник:

$2500 - 2,8P_g = 2P + 1300$, отсюда

$P_g^* = 250$, $N_{x+y}^* = 1800$ человек. (2 балла)

Таким образом, правительство заинтересовано, чтобы 1800 островитян проходили ежегодную диспансеризацию.



В)

6) Заметим, что при цене $P_g = 250$, ни один пенсионер не может себе позволить проходить диспансеризацию $N_x = 500 - 2 \cdot 250 = 0$.

7) Определим, сколько остальных граждан может себе позволить проходить диспансеризацию: $N_y = 2000 - 2 \cdot 250 = 1500$ человек.

8) Следовательно, государство должно выделить субсидии $(1800 - 1500) = 300$ пенсионерам, чтобы было достигнуто желаемое равновесие (2 балла)

9) Но, чтобы 300 пенсионеров прошли диспансеризацию, цена в поликлинике для них должна быть $P_x = 250 - 0,5 \cdot 300 = 100$ у.е., остальное компенсирует государство.

10) Размер субсидии равен $s = (P_{общ} - P_x) = 250 - 100 = 150$ у.е. (2 балла)

Всего необходимо выделить поликлиникам $S = 150 \cdot 300 = 45000$ у.е. (1 балл)

Ответ: а) $P = 20$ у.е., $N_x = 100$, $N_y = 1600$ б) $N_{x+y} = 1800$ в) $s = 150$ у.е., $S = 45000$ у.е.

Председатель оргкомитета, начальник управления
образовательной политики



В.Н. Щукин