

**XXIII Межрегиональный экономический фестиваль школьников  
«Сибиряда. Шаг в мечту».  
Олимпиада по экономике для учащихся 8-х классов 17.01.2016.  
ОТБОРОЧНЫЙ ТУР. ЗАДАЧИ.**

**Всего за задачи 100 баллов**

**Время выполнения 180 минут**

**КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ**

Решение каждой задачи должно быть выполнено максимально подробно, поскольку итоговая оценка учитывает то, какой процент приведенного решения является верным. Верным должно признаваться любое корректное решение приведенной задачи, независимо от того, насколько оно совпадает с авторским. Более подробные и полные решения оцениваются большим количеством баллов. Если жюри приходит к выводу, что задача скорее решена, чем не решена, то оценка должна быть больше половины от максимально возможной, в противном случае — меньше. Рекомендуется присваивать баллы за каждый шаг в решении задачи.

Арифметические ошибки не должны приводить к существенному сокращению баллов, поскольку на олимпиаде, в первую очередь, проверяется не умение хорошо считать, а умение нестандартно мыслить. При наличии ошибки нужно найти ее и снизить балл исходя из степени ее существенности.

**Задача 1 (20 баллов) "Каникулы в Простоквашино"**

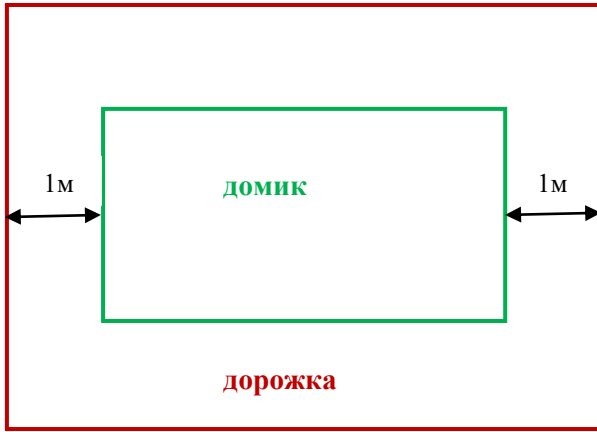
Дядя Федор решил заасфальтировать дорожку шириной 1 метр вокруг домика в Простоквашино. Известно, что ширина домика на два метра меньше его длины, а площадь дорожки будет на  $16 \text{ м}^2$  меньше площади домика.

А) Почтальон Печкин готов выполнить работу, если ему заплатят по 300 рублей за  $\text{м}^2$  асфальта. Сколько сможет заработать почтальон Печкин за асфальтирование дорожки? **(10 баллов)**

Б) Кот Матроскин готов оплатить работу Печкина из выручки от продажи молока, которым он торгует на местном рынке по цене 60 рублей за 1 литр молока (P1). Жители соседнего городка готовы платить за 1 литр молока на 25% дороже (P2), если молоко будет доставляться непосредственно к дому покупателя. Поскольку Печкин работает почтальоном в соседнем городке, он предложил Матроскину свою помощь с доставкой молока в соседний городок, но хотел бы получить еще и часть выручки от продажи молока (дополнительно к заработку за асфальтирование дорожки). Какую долю выручки может предложить кот почтальону? **(10 баллов)**

**Решение:**

А) 1) Представим себе площадь домика и дорожки при помощи рисунка:



2) Допустим, ширина домика равна  $X$ , тогда длина домика  $(X + 2)$ , а площадь домика составит  $S_{\text{дом}} = (X + 2) * X = X^2 + 2X$

3) Ширина и длина домика вместе с дорожкой станут на 2 метра больше, т.е. ширина равна  $(X + 2)$ , а длина  $(X + 4)$

Площадь домика с дорожкой равна  $S_{\text{дом с дор}} = (X + 2) * (X + 4) = X^2 + 6X + 8$

4) Найдем площадь дорожки  $S_{\text{дор}} = S_{\text{дом с дор}} - S_{\text{дом}} = (X^2 + 6X + 8) - (X^2 + 2X) = 4X + 8$ ;

5) Известно, что  $S_{\text{дор}} < S_{\text{дом}}$  на  $16 \text{ м}^2$ . Составим уравнение:  $4X + 8 = (X^2 + 2X) - 16$ , решим уравнение и получим  $X = 6$  метров.

6) Найдем площадь дорожки:  $S_{\text{дор}} = 4X + 8 = 4 * 6 + 8 = 32$  метра **(8 баллов)**

7) Расходы на асфальтирование дорожки составят  $C = 32 * 300 = 9600$  рублей. **(2 балла)**

**Б) 1 вариант решения:** 1) Найдем цену 1 литра молока в соседнем городке:  $P_{\text{сг}} = P_{\text{м}} * 1,25 = 60 * 1,25 = 75$  рублей **(2 балла)**

2) Найдем долю от цены  $P_{\text{сг}}$ , которую Матроскин может предложить Печкину (обозначим ее за  $X$ ):

$P_{\text{сг}} * (1 - X) \geq P_{\text{м}}$ , таким образом,  $75 * (1 - X) \geq 60$ , отсюда  $X \leq 0,2$  (20%) **(8 баллов)**

**2 вариант решения:** 1) Найдем, сколько литров молока надо продать на рынке:  $Q = C / P_{\text{м}} = 9600 / 60 = 160$  литров молока **(2 балла)**.

2) Найдем цену 1 литра молока в соседнем городке:  $P_{\text{сг}} = P_{\text{м}} * 1,25 = 60 * 1,25 = 75$  рублей **(4 балла)**.

3) Найдем долю выручки, которую Матроскин может предложить Печкину (обозначим ее за  $X$ ):  $Q * P_{\text{сг}} * (1 - X) \geq T R_{\text{м}}$ , таким образом,  $160 * 75 * (1 - X) \geq 9600$ , отсюда  $X \leq 0,2$  (20%) **(4 балла)**.

**Ответ:** а) почтальон Печкин сможет заработать 9600 рублей; б) Матроскин готов отдать Печкину не более 20% выручки.

### Задача 2 (20 баллов) "Пирожные + математика"

У Юли сегодня день рождения, к ней через 4 часа придут друзья. Юля может испечь пирожные, а может ничего не делать, т.к. мама уже приготовила угощение.

Если Юля потратит на выпечку пирожных один час, то приготовит 20 штук, за второй час можно успеть приготовить еще 15 пирожных, за третий час Юля сделает дополнительно 10 пирожных, за четвертый час испечет только 5 штук.

А) Постройте кривую производственных возможностей (КПВ) Юли в координатах "свободное время - пирожные". **(13 баллов)**

Б) Юля решила испечь 25 пирожных и сделать домашнее задание по математике. Сколько задач успеет решить Юля до прихода гостей, если на одну задачу она тратит 20 минут и после того, как решит 5 задач, делает 20-минутный перерыв для отдыха? (7 баллов)

**Решение:**

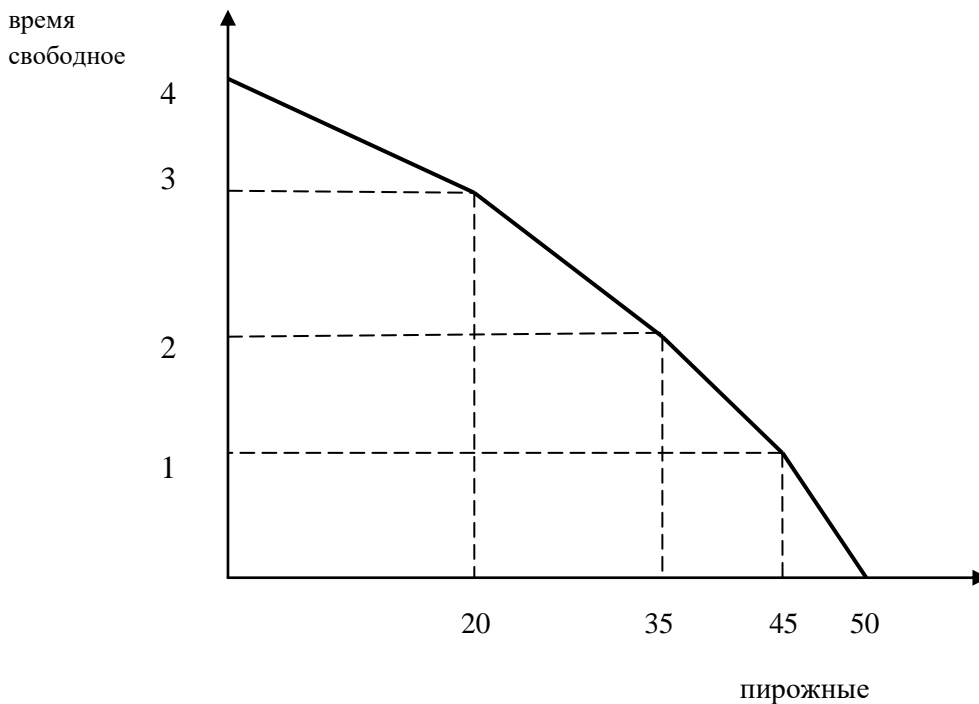
А) 1) На осях КПВ должны находиться альтернативные варианты, т.е. "пирожные - время отдыха (2 балла)

2) Составим таблицу альтернативных вариантов :

	Возможные альтернативы				
Свободное время	4 часа	3 часа	2 часа	1 часа	0 часов
Пирожные	0	20	35	45	50

(за каждую найденную правильно альтернативу 2 балла, т.е. всего 10 баллов)

3) Построим КПВ по данным таблицы (3 баллов)



Б) 1) Найдем время, которое потребуется Юле, чтобы сделать 25 пирожных: за первый час она испечет 20 штук, за второй час ей надо приготовить еще 5 пирожных. На одно пирожное в этот час Юля тратит  $60/15 = 4$  минуты, следовательно, 5 штук будут готовы через 20 минут. Всего на выпечку потрачено  $(60 + 20) = 80$  минут. (4 балла)

2) До прихода гостей  $4 \cdot 60 = 240$  минут, следовательно, на решение задач осталось  $(240 - 80) = 160$  минут (1 балл).

3) Первые 5 задач она решит за  $5 \cdot 20 = 100$  минут, затем сделает перерыв 20 минут, а за оставшиеся 40 минут решит полностью еще 2 задачи. Всего Юля сделает  $(5 + 2) = 7$  задач по математике (2 балла).

Ответ: Б) до прихода гостей Юля решит 7 задач по математике.

### Задача 3 (20 баллов) "Кто на новенького?"

Друзья - одноклассники летом обратились в "Центр занятости населения", чтобы заработать некоторую сумму денег на свои расходы.

Миша готов работать, если зарплата в час ( $W$ ) будет не ниже 60 рублей, Алеша готов работать за 40 рублей в час, Данила устраивает часовая зарплата в 50 рублей, а Женя согласен работать только за 80 рублей в час. Известно, что Миша готов работать 4 часа в день, Алеша - 5 часов, Данил не согласен работать больше 3 часов, а Женю устроит 2-х часовой рабочий день.

А) Постройте график предложения труда в координатах  $W$  - ставка за час (по вертикали),

$t$  - количество рабочих часов (по горизонтали). (16 баллов)

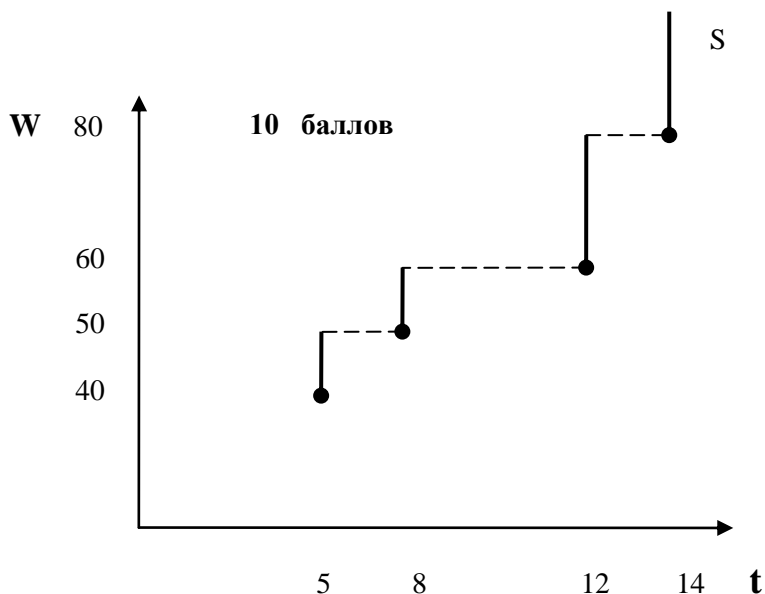
Б) Центр занятости предложил ребятам работу по озеленению г. Бердска с оплатой 65 рублей в час. Кто из ребят откажется от работы в летние каникулы? (4 балла)

#### Решение:

А) 1) Построим шкалу предложения труда одноклассников в координатах  $W$  -  $t$

<b>W (ставка зарплаты в час)</b>	40 рублей	50 рублей	60 рублей	80 рублей
<b>t (количество часов)</b>	5 часов	8 часов	12 часов	14 часов

(6 баллов)



\*\*\*Если участник олимпиады построил непрерывно восходящий график, то оценка не может быть больше 5-ти баллов.

Б) При ставке заработной платы 65 рублей в час Женя не будет работать (4 балла).

Ответ: Б) при ставке заработной платы 65 рублей в час Женя не будет работать.

#### Задача 4 (20 баллов) "Экономика для гномов "

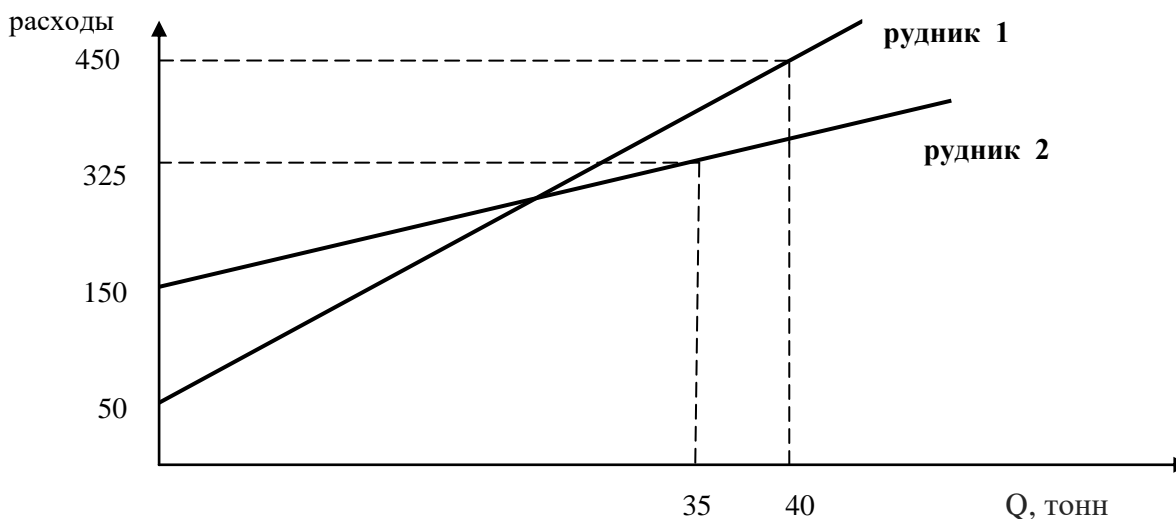
Накопление сокровищ - главная страсть гномов (от лат. *gēnomos* — «подземный житель»), поэтому они постоянно осваивают новые рудники. Сейчас Главный Гном изучает возможности разработки очередного нового золотоносного рудника.

На рисунке показаны графики расходов (С, злотых), которые будут у гномов, при добыче различного количества золотой руды (Q, тонн) на двух разных рудниках.

Кроме расходов на добычу, неизбежно возникнут затраты связанные с транспортировкой руды. Доставка тонны руды от первого рудника до обогатительной фабрики стоит 6 злотых, а от второго рудника - 7 злотых.

А) При каком объеме добычи руды, гномам безразлично, какой рудник начать разрабатывать? (15 баллов)

Б) Если гномы планируют в 2016 году добывать 50 тонн руды в год, то на каком руднике выгоднее добывать руду? Сколько злотых потратят гномы на добычу 50 тонн руды? (5 баллов)



#### Решение:

А) 1) Запишем зависимость расходов гномов от количества добытой руды. Это линейные функции, т.е. их вид  $C = aQ + b$ ;

**рудник 1:** составим систему уравнений (1)  $50 = a \cdot 0 + b$ , (2)  $450 = a \cdot 40 + b$ , решив эту систему найдем  $a = 10$ ;  $b = 50$ , следовательно, функция расходов имеет вид:  $C = 50 + 10Q$  (5 баллов);

**рудник 2:** составим систему уравнений (1)  $150 = a \cdot 0 + b$ , (2)  $325 = a \cdot 35 + b$ , решив эту систему найдем  $a = 5$ ;  $b = 150$ , следовательно, функция расходов имеет вид  $C = 150 + 5Q$  (5 баллов).

2) Найдем общие расходы на добычу руды и ее доставку:

**рудник 1:**  $C_{\text{доставки}} = 6 \cdot Q$

$C_{\text{общие}} = (50 + 10Q) + 6Q = 50 + 16Q$  (1,5 балла)

**рудник 2:**  $C_{\text{доставки}} = 7 \cdot Q$

$C_{\text{общие}} = (150 + 5Q) + 7Q = 150 + 12Q$  (1,5 балла)

Приравняем функции расходов друг к другу:  $50 + 16Q = 150 + 12Q$ , найдем  $Q = 25$  тонн руды (**2 балла**).

**Б)** Найдем общие расходы на добычу руды и ее доставку в 2016 году:

**рудник 1:** С добычи =  $50 + 10 \cdot 50 = 550$  злотых

С доставки =  $6 \cdot 50 = 300$  злотых

С общие =  $550 + 300 = 850$  злотых (**2 балла**)

**рудник 2:** С добычи =  $150 + 5 \cdot 50 = 400$  злотых

С доставки =  $7 \cdot 50 = 350$  злотых

С общие =  $400 + 350 = 750$  злотых (**2 балла**)

Отсюда можно сделать вывод, что при добыче 50 тонн руды гномам выгодно начать разработку рудника 2 (**1 балл**)

**Ответ: А)  $Q = 25$  тонн руды; Б) выгоднее добывать руду на 2 руднике. Расходы на добычу составят 750 злотых.**

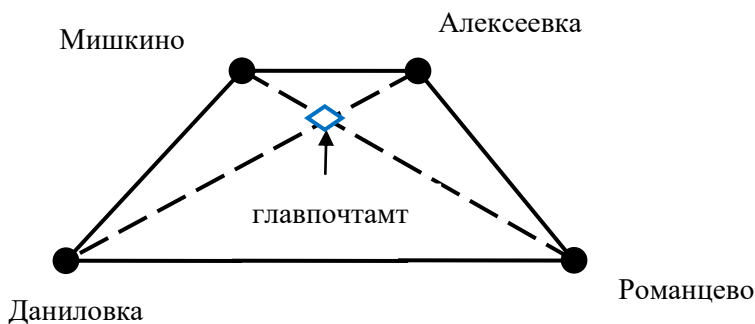
### Задача 5 (20 баллов) "Маршрут для Маши"

Почтальон Маша К. живет в районном центре рядом с Главпочтамтом. Она развозит на велосипеде газеты, журналы и письма до почтовых отделений 4 деревень: Мишкино, Алексеевка, Романцево и Даниловка. Все деревни соединяются между собой хорошими дорогами, которые образуют равнобедренную трапецию с высотой 4 км и площадью 24 кв. км (см. рисунок: Главпочтамт находится на пересечении диагоналей трапеции). Расстояние от Мишкино до Алексеевки в 3 раза меньше, чем расстояние от Даниловки до Романцево. Расстояние от Главпочтамта до Даниловки равно 5,4 км (см. рисунок).

А) Маша выбрала следующий маршрут: Главпочтамт - Мишкино - Даниловка - Алексеевка - Романцево - Главпочтамт.

Сколько километров на велосипеде проезжает Маша, если она каждое утро забирает почту на Главпочтамте, развозит по деревням и возвращается домой? (**14 баллов**)

Б) Попробуйте найти самый короткий маршрут для Маши (**6 баллов**)

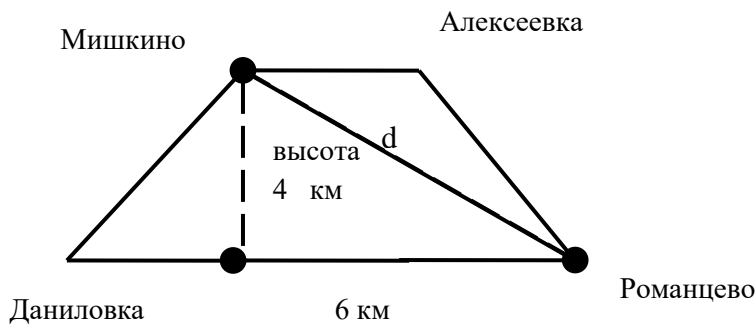


### Решение:

А) 1) Найдем расстояние от Мишкино до Алексеевки ( $X$ ) и расстояние от Даниловки до Романцево. По условию, расстояние от Даниловки до Романцево равно  $3X$ .

Площадь трапеции равна  $24 = (X + 3X) \cdot 4 / 2$ , отсюда  $X = 3$  км, т. е. от Мишкино до Алексеевки 3 км, от Даниловки до Романцево  $3 \cdot 3 = 9$  км. **(2+1 = 3 балла)**

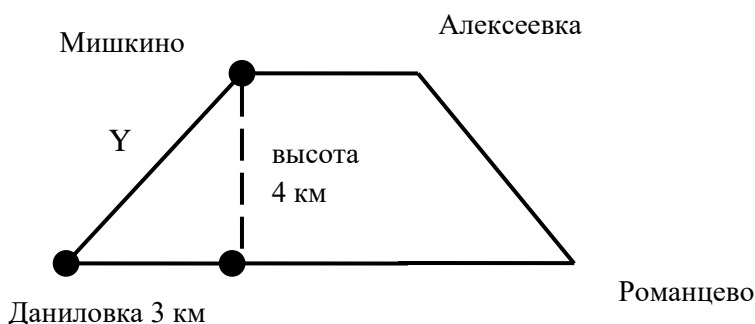
2) Найдем расстояние от Мишкино до Даниловки (Y): для это воспользуемся теоремой Пифагора.



а) d - диагональ трапеции  
Мишкино- Романцево - это гипотенуза треугольника  
 $d^2 = 6^2 + 4^2 = 52$ , т.о.  
 $d = \sqrt{52}$ ,  $d \approx 7,2$  км.  
**(4 балла)**

б) расстояние от Главпочтамта до Мишкино (Алексеевки) =  $(7,2 - 5,4) = 1,8$  км **(1 балл)**.

3) Найдем расстояние от Главпочтамта до Романцева (или Даниловки):



Y гипотенуза треугольника.  
 $Y^2 = 3^2 + 4^2 = 25$ , таким образом,  
 $Y = \sqrt{25} = 5$  км. Поскольку трапеция равнобедренная, то расстояние от Алексеевки до Романцево тоже будет 5 км. **(4 балла)**

4) Найдем расстояние, которое преодолевает Маша за один день: Главпочтамт - Мишкино (1,8) - Даниловка (5,0) - Алексеевка (7,2) - Романцево (5,0) - Главпочтамт  $(5,4) = 24,4$  км **(2 балла)**.

**Б) Найдем самый короткий маршрут:** 1) Главпочтамт - Алексеевка **(1,8)** 2) Алексеевка - Романцево **(5)** 3) Романцево - Даниловка **(9)** 4) Даниловка - Мишкино **(5)** 5) Мишкино - Главпочтамт **(1,8)** **общее расстояние 22,6 км** (направление может быть противоположным Главпочтамт - Мишкино - Даниловка - Романцево - Алексеевка - Главпочтамт) **(5 баллов)**.

Общее расстояние =  $1,8 + 5 + 9 + 5 + 1,8 = 22,6$  км **(1 балл)**

(\*\*\* участники олимпиады могут найти маршрут короче, чем у Марии, но не самый короткий из возможных.

Например, 1) Главпочтамт - Даниловка (5,4), 2) Даниловка - Мишкино (5,0), 3) Мишкино - Алексеевка (3,0), 4) Алексеевка - Романцево (5,0), 5) Романцево - Главпочтамт (5,4). (3 балла)

Общее расстояние =  $5,4 + 5 + 3 + 5 + 5,4 = 23,8$  км. (1 балл)

**Ответ:** А) Машин маршрут равен 24,4 км Б) самый короткий маршрут Главпочтамт - Алексеевка - Романцево - Даниловка - Мишкино - Главпочтамт. Общее расстояние 22,6 км.