

**XXIII Межрегиональный экономический фестиваль школьников  
«Сибиряда. Шаг в мечту».  
Олимпиада по экономике для учащихся 10-х классов 17.01.2016.  
ОТБОРОЧНЫЙ ТУР. ЗАДАЧИ.**

**Всего за задачи 100 баллов**

**Время выполнения 180 минут**

**КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ**

Решение каждой задачи должно быть выполнено максимально подробно, поскольку итоговая оценка учитывает то, какой процент приведенного решения является верным. Верным должно признаваться любое корректное решение приведенной задачи, независимо от того, насколько оно совпадает с авторским. Более подробные и полные решения оцениваются большим количеством баллов. Если жюри приходит к выводу, что задача скорее решена, чем не решена, то оценка должна быть больше половины от максимально возможной, в противном случае — меньше. Рекомендуются присваивать баллы за каждый шаг в решении задачи. Арифметические ошибки не должны приводить к существенному сокращению баллов, поскольку на олимпиаде, в первую очередь, проверяется не умение хорошо считать, а умение нестандартно мыслить. При наличии ошибки нужно найти ее и снизить балл исходя из степени ее существенности.

**По мотивам "Сказки о царе Салтане" А.С. Пушкина**

Ветер на море гуляет  
И кораблик подгоняет;  
Он бежит себе в волнах  
На раздутых парусах.  
Корабельщики дивятся,  
На кораблике толпятся,  
На знакомом острове  
Чудо видят наяву:

Город новый златоглавый,  
Пристань с крепкою заставой -  
Пушки с пристани палят,  
Кораблю пристать велют.  
Пристают к заставе гости  
Князь Гвидон зовет их в гости...

**Задача 1 (20 баллов) "Во саду ли, в огороде..."**

Князь Гвидон с гордостью демонстрирует заморским гостям чудо- чудное - белка песенки поет и грызет золотые орешки с изумрудными ядрышками.

Гости могут сами угостить белку орешками. Орешки продаются тут же в сувенирных лавках. Спрос заморских гостей на орешки имеет вид  $Q_d = 90 - 10P$ , а предложение местных продавцов  $Q_s = 5P - 15$  (где  $P$  - цена изумрудного орешка, у.е.,  $Q$  - количество орешков, тыс. шт.).

Советник по экономическим вопросам посоветовал князю установить цену, ниже которой, никто из продавцов продавать орешки не должен. Советник считает, что тогда вырастет выручка продавцов и можно будет, наконец-то, ввести налог на доходы от продажи орешков. Князь Гвидон прислушался к совету, и установил минимальную

цену, которая превышает равновесную. Однако, в результате таких действий выручка от продажи орешков сократилась на 60 у.е.

А) Найдите равновесные значения  $P$  и  $Q$  на рынке орешков (4 балла).

Б) Найдите уровень, на котором был установлен предел цены (8 баллов).

В) Найдите объем продаж орешков после установления предела цен. (2 балла).

Г) Постройте графическую модель рынка орешков, выделите площадь выручки продавцов после установления предела цены (6 баллов).

**Решение:**

А) 1) Найдём равновесные параметры на рынке орешков, для этого приравняем функции спроса и предложения:  $Q_d = Q_s$ ;  $90 - 10P = 5P - 15$ , отсюда  $P^* = 7$  у.е.,  $Q^* = 20$  тыс. шт. (2 + 2 = 4 балла);

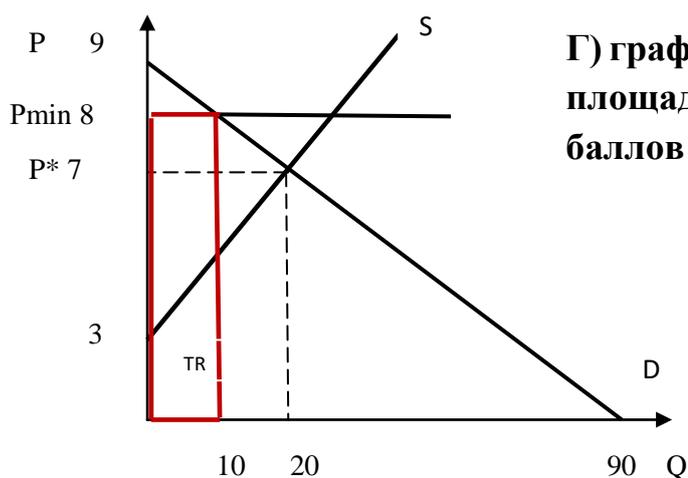
Б) 2) Найдём выручку продавцов:  $TR_1 = P^*Q$ ;  $TR_1 = 7 \cdot 20 = 140$  у.е. (1 балл);

3) Найдём новую выручку продавцов:  $TR_2 = (TR_1 - 60) = (140 - 60) = 80$  у.е. (1 балл);

4) Новую выручку продавцов можно представить как  $TR_2 = P \cdot Q = (90 - 10P) \cdot P = 90P - 10P^2$ .

Решим уравнение:  $90P - 10P^2 = 80$ , отсюда  $P_{min} = 8$  ( $P_{min} = 1$  не подходит, т.к. цена должна быть выше равновесной) (6 баллов).

В) 5) Найдём объем продаж после установления нижней границы цены:  $TR_2 = P \cdot Q$ , отсюда  $Q = TR_2 / P = 80 / 8 = 10$  штук (2 балла).



Г) графическая модель 4 +  
площадь выручки 2 = 6  
баллов

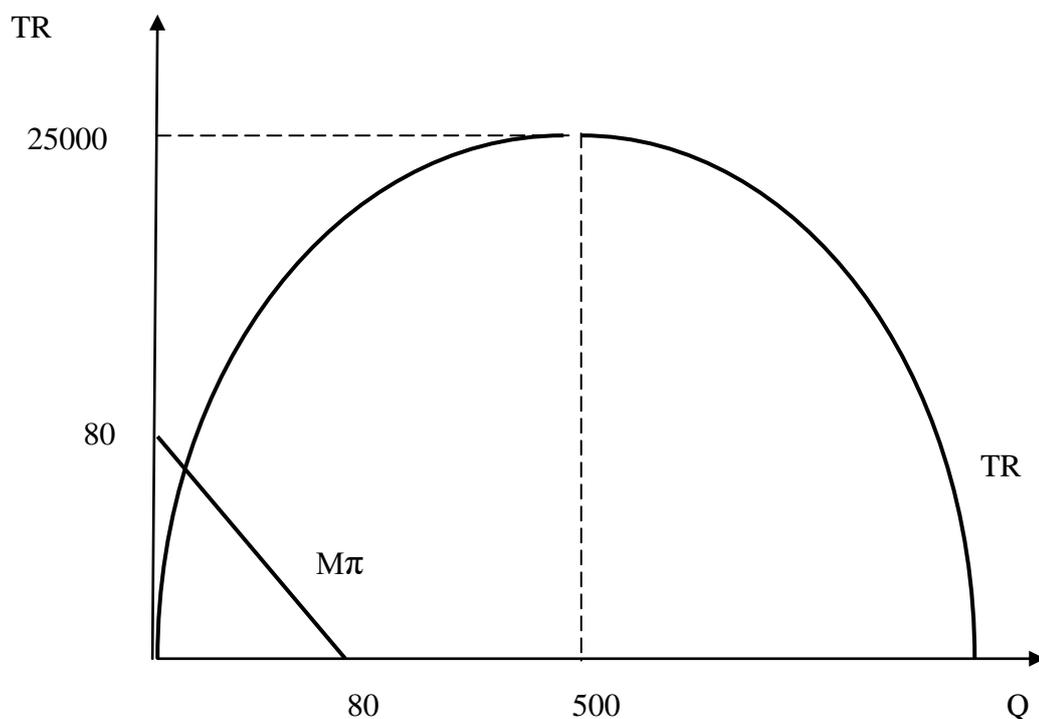
**Ответ:** а) равновесие на рынке орешков  $P^* = 7$  у. е,  $Q^* = 20$  тыс. шт.; б) минимальный предел цены  $P_{min} = 8$  у.е.; в) объем продаж составил 10 тыс. орешков.

## Задача 2 (20 баллов) "Крепкий орешек - 10"

Орешки для белочки производит фирма "Крепкий орешек", которая является монополистом. На рисунке представлены графики выручки и маржинальной прибыли фирмы ( $TR$ (парабола) - выручка, тыс. рублей,  $Q$ - выпуск орешков, тыс. шт.,  $M\pi$  - маржинальная прибыль). Известно, что фирма максимизирует прибыль. Постоянные издержки составляют 15 тыс. рублей.

А) Найдите оптимальный объем производства орешков, цену и прибыль фирмы "Крепкий орешек" (15 баллов).

Б) Постройте график общей прибыли фирмы (5 баллов).



**Решение:**

А) 1) Для решения задачи необходимо записать функцию выручки. Поскольку график выходит из начала координат, то функция будет иметь вид  $TR = aQ + bQ^2$ .

Составим систему уравнений: (1) для вершины параболы:  $25000 = a \cdot 500 + b \cdot 500^2$ ,

(2) для точки с координатами  $Q = 500 \cdot 2 = 1000$ ,  $TR = 0$ ,  $0 = a \cdot 1000 + b \cdot 1000^2$ ,

решая эту систему, найдем  $b = -0,1$ ;  $a = 100$ ;

Запишем функцию выручки  **$TR = 100Q - 0,1Q^2$  (3 балла)**;

2) Найдем оптимальные значения цены, объема производства и прибыли фирмы "Крепкий орешек":

**1 способ:**

а) Запишем функцию MR:  $MR = (TR)' = (100Q - 0,1Q^2)' = 100 - 0,2Q$  (1 балл);

б) Запишем функцию Mπ, это линейная функция  $M\pi = 80 - Q$  (2 балла);

в) Найдем функцию MC:  $MC = MR - M\pi = (-0,2Q + 100) - (80 - Q) = 20 + 0,8Q$  (3 балла);

г) Определим оптимальный объем производства фирмы "Крепкий орешек", для этого  $MR = MC$ ;  $100 - 0,2Q = 20 + 0,8Q$ , отсюда  **$Q^* = 80$  тыс. шт. (1 балл)**;

д) найдем оптимальную цену орешков:  $P = TR/Q = (100Q - 0,1Q^2)/Q = 100 - 0,1Q$ ;

**$P^* = 100 - 0,1 \cdot 80 = 92$  руб (1 балл)**;

е) Запишем функцию TC = TVC + TFC =  $\int MC + TFC = \int (20 + 0,8Q) + 15 = 20Q + 0,4Q^2 + 15$ ;

Найдем величину общих издержек  $TC = (20 \cdot 80 + 0,4 \cdot 80^2 + 15) = 4175$  (3 балла).

ж) Определим прибыль фирмы "Крепкий орешек":  $\pi = TR - TC = 7360 - 4175 = 3185$  тыс. рублей (1 балл).

**2 способ:**

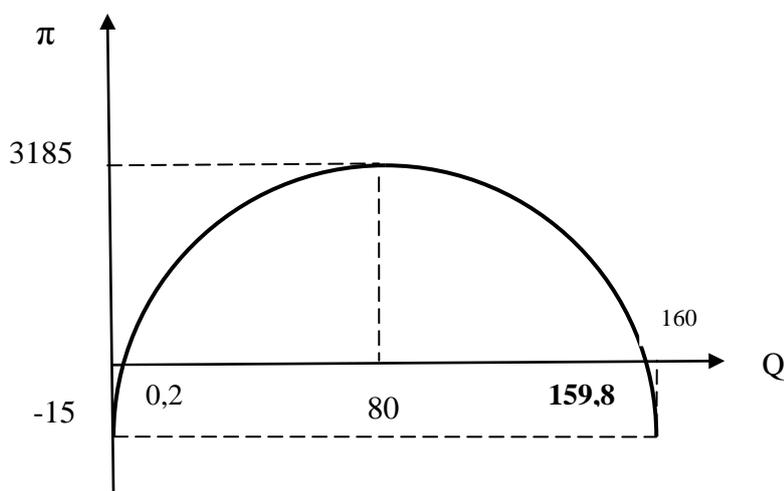
1) если фирма производит оптимальный объем, то  $M\pi = 0$ , следовательно,  $Q^* = 80$  тыс шт. (4 балла).

2)  $\pi =$  площади под графиком  $M\pi - TFC = 80 \cdot 80 / 2 - 15 = 3200 - 15 = 3185$  тыс. рублей (7 баллов).

3)  $P = TR/Q$ ;  $P = 100Q - 0,1 Q^2 / Q = 100 - 0,1Q = 92$  рубля (1 балл).

Б) 1) Чтобы построить график общей прибыли фирмы, необходимо записать ее функцию:

$\pi = TR - TC = (100Q - 0,1Q^2) - (20Q + 0,4Q^2 + 15) = 80Q - 0,5Q^2 - 15$  (1 балл).



Критерии оценивания п Б):

**Всего 4 балла:**

полный балл выставляется, если на правильном рисунке

проставлены следующие координаты:  $(-15, 0)$ ,  $(3185, 80)$ ,  $(0, 160)$

Ответ: А)  $Q^* = 80$  тыс шт.,  $P^* = 92$  руб,  $\pi = 3185$  тыс. рублей.

### Задача 3 (20 баллов) " Souvenir"

Золотые скорлупки от орешков и изумрудные ядрышки отправляют в сувенирную мастерскую "ОчУмелые ручки". Ежегодно мастерская получает 3000 изумрудов и 6000 грамм золота. Мастера изготавливают два вида сувениров: белочек и елочки.

Для производства одного сувенира "белочка" необходимо 5 изумрудов и 5 грамм золота. Для производства одной елочки требуется 2 изумруда и 10 грамм золота.

А) Постройте кривую производственных возможностей мастерской "ОчУмелые ручки" (10 баллов).

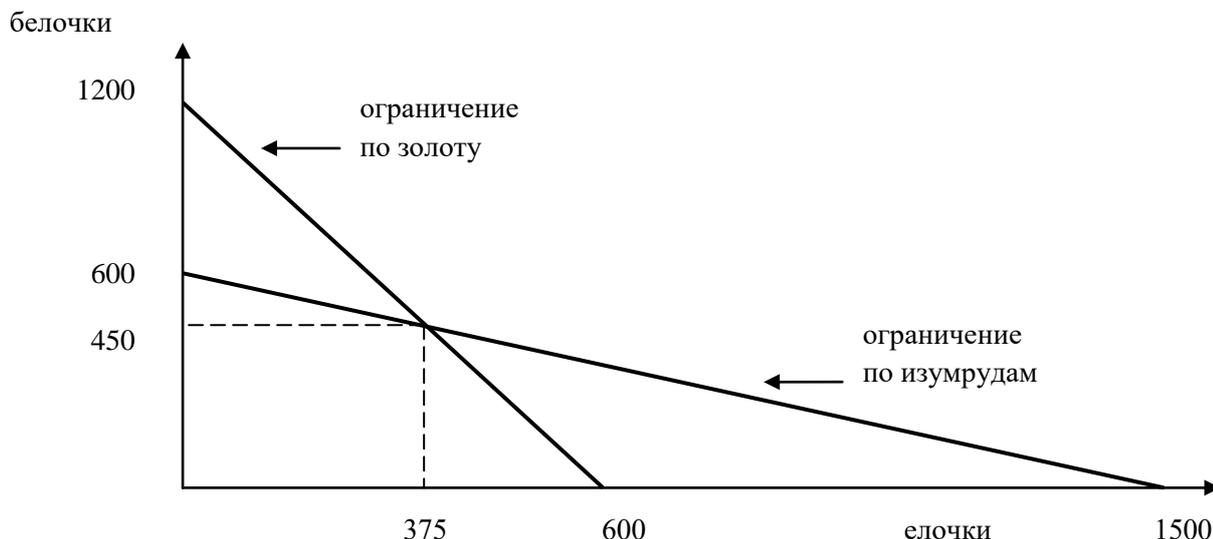
Б) В новом году мастерская планирует начать выпуск браслетов из изумрудов. Дизайнеры изготовили образец такого браслета, на его изготовление потребовалось 20 изумрудов.

Постройте новую (трехмерную) границу производственных возможностей мастерской "ОчУмелые ручки" (пожалуйста, сделайте это на отдельном рисунке) (10 баллов).

**Решение:**

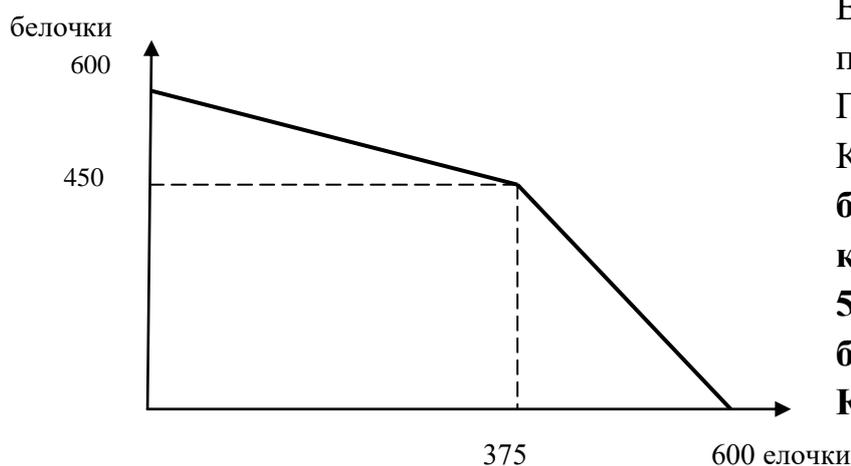
А) 1) Запишем производственное ограничение для изумрудов:  $3000 = 5Б + 2Е$  (1)

2) Запишем производственное ограничение для золота:  $6000 = 5Б + 10Е$  (2)



3) Найдем значения в точке пересечения графиков, для это решим систему уравнений (1) и (2), получим  $B = 450$ ,  $E = 375$ ;

4) Теперь построим КПВ (просто уберем лишние участки на выше построенном рисунке):



Возможны другие способы построения КПВ.

Правильно построенная КПВ оценивается в **10 баллов**, в т.ч.

**координаты точки излома 5 баллов, крайние точки 4 балла (2 +2), общий вид КПВ 1 балл.**

**Б) 1)** Построим ограничение по изумрудам для трех товаров:

Все точки, в которых возможно производство лежат внутри и на границах пирамиды, ограниченной уравнением плоскости  $3000 = 5B + 2E + 20Br$  и уравнениями:  $B=0$ ,  $E=0$ ,  $Br=0$ , т.к. возможен только неотрицательный выпуск.

2) Кроме того, существует ограничение по золоту. Плоскость описывается уравнением:  $6000 = 5B + 10E$  и параллельна оси 0-браслеты. При сечении плоскостью пирамиды образуется объемная фигура – усеченная пирамида.

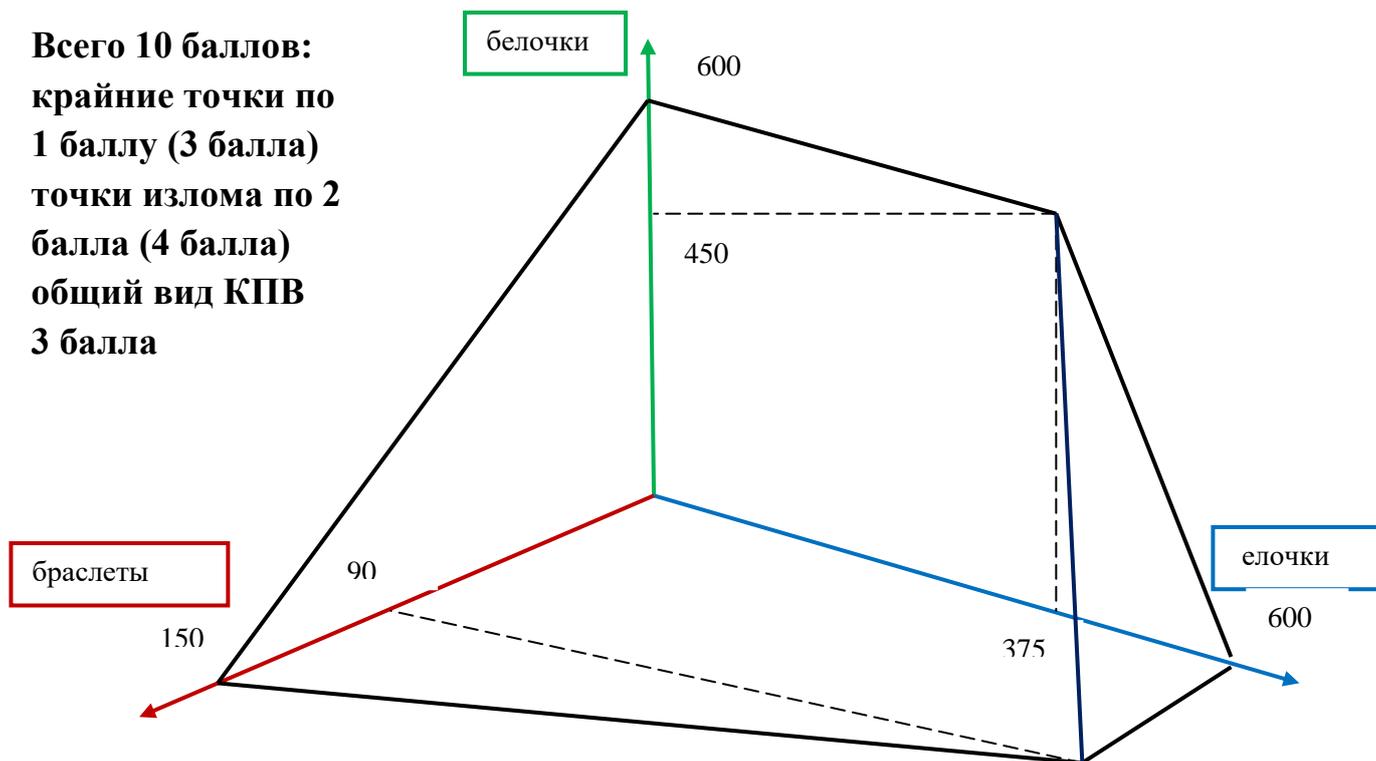
3) Рассчитаем точки пересечения прямых:  $6000 = 5B + 10E$  и  $3000 = 5B + 2E$ ;  
 **$B=450$ ;  $E = 375$ .**

А также точку пересечения  $E=600$  и  $3000=2E+20Br$ :  **$E = 600$ ;  $Br = 90$ .**

Нанесем эти координаты на трехмерную КПВ, уберем участки, которые оказались за ограничениями.

4) Граница производственных возможностей для трех товаров будет иметь вид:

**Всего 10 баллов:**  
**крайние точки по 1 баллу (3 балла)**  
**точки излома по 2 балла (4 балла)**  
**общий вид КПВ 3 балла**



**Задача 4 (20 баллов) "Рынок бумаги -10"**

Канцелярии княжества требуется большое количество бумаги для ведения государственного делопроизводства. Бумагу для нужд двора поставляет проверенный иностранный поставщик. Расходы казны на бумагу составляют  $G_1 = 28800$  руб в год. Министр экономики считает, это непозволительным расточительством и предлагает импортозамещение, т.е. покупать бумагу на свободном рынке внутри страны. Экономические советники провели исследование столичного рынка бумаги и выяснили:

- 1) спрос и предложение на внутреннем рынке бумаги имеют линейный вид;
- 2) никто из продавцов не готов предлагать бумагу дешевле 150 рублей за рулон;
- 3) равновесная цена на рынке бумаги 225 рублей за рулон, объем продаж 150 рулонов;
- 4) эластичность спроса в равновесии равна эластичности предложения (по модулю);
- 5) объем продаж вырастет на 40%, если государство будет покупать прежнее количество бумаги на свободном рынке.

**Найдите:** А) Функции спроса и предложения свободного рынка бумаги (4 + 2 = 6 баллов);

Б) Стоит ли государству отказаться от услуг проверенного иностранного поставщика? (9 баллов)

В) Постройте графическую модель рынка бумаги. Покажите площадь расходов государства на бумагу (5 баллов).

**Решение:**

А) Для решения задачи необходимо записать функции спроса и предложения:

**1) предложение:** Предложение имеет линейный вид  $Q_s = aP + b$ , составим систему уравнений (1)  $0 = a \cdot 150 + b$ , (2)  $150 = a \cdot 225 + b$ , решим эту систему, найдем  $a = 2$ ,  $b = -300$ , следовательно, предложение имеет вид  **$Q_s = 2P - 300$  (2 балла).**

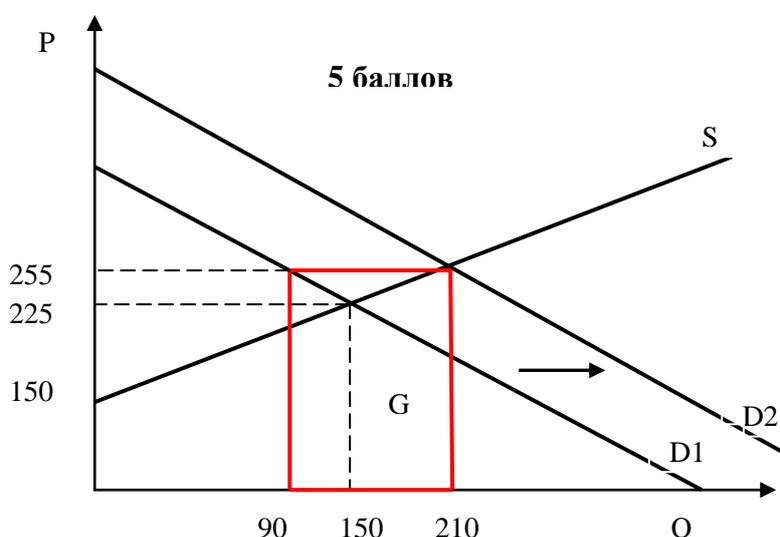
**2) спрос:** а) В равновесии  $|E_d| = E_s$ , найдем эластичность предложения:  $E_s = (Q_s)' \cdot P/Q = 2 \cdot 225/150 = 3$ , следовательно, эластичность спроса  $E_d = -3$  (1 балл)

б) Спрос имеет линейный вид  $Q_d = aP + b$ , решим систему уравнений (1)  $-3 = a \cdot 225/150$  (2)  $150 = a \cdot 225 + b$ , решим эту систему, найдем  $a = -2$ ,  $b = 600$ , следовательно, спрос имеет вид  **$Q_d = -2P + 600$  (3 балла).**

**Б)** Найдем расходы на бумагу, которые могут быть у государства при покупке бумаги на свободном рынке внутри страны:

а) Объем продаж увеличился на 40%,  $Q^*_2 = 150 \cdot 1,4 = 210$  рулонов бумаги (1 балл)

б) Представим графическую модель рынка бумаги: государство - покупатель бумаги, поэтому спрос вырос.



5) Найдем новую равновесную цену  $P^*_2$ , для этого подставим  $Q^*_2 = 210$  в функцию предложения:  $210 = 2P - 300$ , отсюда  **$P^*_2 = 255$  рублей (2 балла).**

б) Чтобы найти количество бумаги, которое закупает государство, надо знать, сколько бумаги покупают остальные жители страны. По закону спроса они стали меньше покупать бумаги, т.к. выросла цена. Подставив новую цену в функцию спроса жителей княжества  $Q_{жителей} = 600 - 2 \cdot 255 = 90$  рулонов.

Все остальное покупает государство, т.е.  $Q_{госуд} = Q^*_2 - Q_{жителей} = 210 - 90 = 120$  рулонов (4 балла).

7) Найдем новые расходы государства на бумагу  $G_2 = 120 \cdot 255 = 30600$  рублей (1 балл) (на графической модели выделены красным цветом).

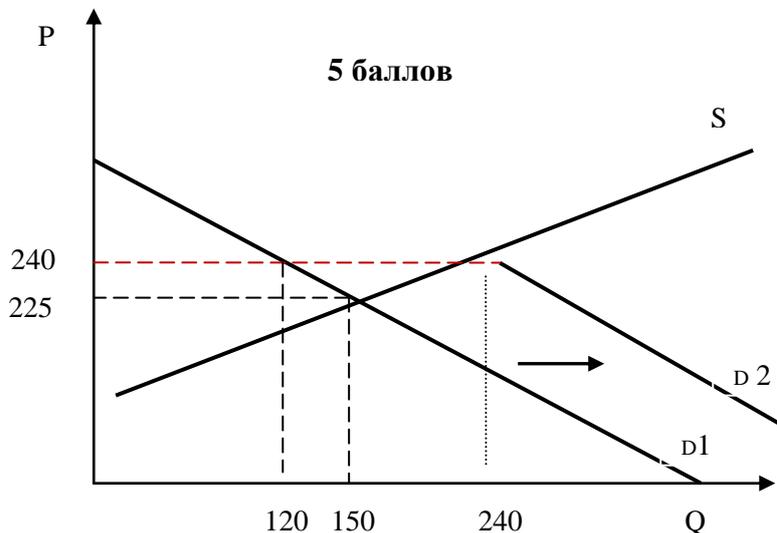
$G_1 (28800) < G_2 (30600)$ , таким образом, государству НЕ стоит менять проверенного поставщика. (1 балл)

**Ответ: А)  $Q_d = -2P + 600$ ,  $Q_s = 2P - 300$**

**Б) Государству НЕ стоит отказываться от услуг проверенного поставщика.**

**\*\*\*возможно участники олимпиады предложат другую модель рынка и решение**

**п.Б и В):**



- Б) 1) Заметим, что объем продаж увеличился на 40% и составил:  $Q=150 \cdot 1.4=210$   
 2) При  $Q=210$ ,  $P_s=255$   
 3)  $Q_d=600+X-2P$ , где  $X$  - спрос государства, и  $Q_d(P=255) = 210$ , тогда  $X=120$ .  
 4)  $P_{\text{Гос}} = 28800/120 = 240$   
 5) При цене 255 гос-во не будет на рынке закупать бумагу, т.к. сейчас оно закупает по 240  
**государству НЕ следует отказываться от услуг поставщика (9 баллов).**

### Задача 5 (20 баллов) "Финансовая грамота- 10"

Уважаемые участники олимпиады, при решении задачи используйте, пожалуйста, следующие обозначения:

$i$  - банковская процентная ставка по депозитам (%)

$I$  - доход по вкладу в банке (тыс. руб.)

$R$  - рента (арендная плата) за пользование землей

$r$  - рента с одного фермерского хозяйства

$P_z$  - цена земельного участка

Пять лет назад дядька Черномор получил в наследство 500 тыс. рублей. Еще со школьной скамьи он твердо усвоил, что "деньги должны работать", поэтому рассмотрел два варианта использования денег:

**1 вариант:** положить все деньги под проценты ( $i$ ) в единственный банк, который существует на острове;

**2 вариант:** на всю сумму наследства приобрести в собственность кусочек острова (т.е. участок земли), разделить его на 5 равных частей и сдать в аренду 5 фермерам. Годовая рента, которую мог получить Черномор с одного фермерского хозяйства ( $r$ ) составляла тогда 15 тыс. рублей.

После некоторых раздумий, он купил участок земли.

А) Какую максимальную процентную ставку мог предлагать банк 5 лет назад? (8 баллов)

Б) Прошло пять лет. Казначейство предложило Черномору продать весь участок за 750 тыс. рублей (Рз). Черномор вновь рассмотрел предложение банка, оказалось, что банк повысил ставку по депозитам на 5 процентных пунктов.

Поразмышляв над предложением казначейства, он отказался продать землю, но изменил арендную плату фермерам.

Какая минимальная плата с одного фермерского хозяйства делает выгодным для Черномора по-прежнему владение землей? На сколько процентов изменится его доход от сдачи в аренду всего участка в новых условиях? **(12 баллов)**

**Решение:**

А) Найдем, какой могла быть максимальная процентная ставка по депозитам в банке 5 лет назад:

1) Рента с 5 фермерских хозяйств составила  $R = r \cdot N = 15 \cdot 5 = 75$  тыс. руб в год (где  $r$  - рента с одного фермерского хозяйства,  $R$  - рента со всех хозяйств,  $N$  - количество арендаторов земли) **(2 балла)**.

2) В банке можно было получить доход в размере  $(500 \cdot i / 100)$ , (где  $i$  - процентная ставка по вкладам в банке) **(1 балл)**.

3) Если из двух альтернативных вариантов получения дохода Черномор выбрал покупку земли, то сумма ренты оказалась на тот момент больше, чем самый высокий процент по депозитам:

$75 > 500 \cdot i / 100$ , отсюда  $i / 100 < 75 / 500 = 0,15$  (т.е.  $i < 15\%$ ) **(5 баллов)** - ставка по депозитам в банке не превышала 15%.

Б) Найдем величину ренты, которую установил Черномор арендаторам земли в текущий момент:

1) Новая ставка процента по депозитам равна  $i = 15\% + 5\% = 20\%$  **(1 балл)**

2) Если бы Черномор продал участок за 750 тыс. рублей и отнес деньги в банк, то смог бы получить через год доход  $I = 750 \cdot 0,2 = 150$  тыс. рублей (где  $I$  - доход по вкладу в банке) **(4 балла)**.

3) Но, по-прежнему он предпочитает получать доход от участка земли, т.е. рента с 5 фермерских хозяйств в год больше, чем проценты по депозиту:  $I \leq r \cdot N$ ,  $150 \leq r \cdot 5$ , отсюда:  $r \geq 30$  тыс. рублей **(5 баллов)**.

4)  $R \geq 30 \cdot 5 \geq 150$  тыс. рублей, т.е. рост суммарной ренты составляет не менее  $(150 - 75) = 75$  тыс. рублей (рост ренты не менее 100%) **(2 балла)**.

**Ответ:** А) пять лет назад  $i$  не превышала 15%; Б) в текущий момент минимальная рента с одного хозяйства 30 тыс. рублей, рост ренты составит не менее 100%.

(\*\*\*другой вариант решения может быть предложен теми участниками олимпиады, которые знают формулу цены земли:  $P_{\text{земли}} = R/i$

А)  $i = 5 \cdot 15 / 500 = 0,15$  (15%)

Б)  $R = 750 \cdot (0,15 + 0,05) = 150$  тыс. рублей, т.е. рост ренты составляет 100%,  $r = 150 / 5 = 30$  тыс. рублей).