

Олимпиада по экономике 9 класс.  
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ТУР. ЗАДАЧИ.

РЕШЕБНИК

Время выполнения 150 минут

Всего за задачи 100 баллов

**Задача 1. «ПРОСТАЯ СУБСИДИЯ» (20 БАЛЛОВ)**

Товар X готовы покупать две группы покупателей. Общий спрос покупателей первой группы описывается функцией  $Q_d = 300 - 5P$ , где  $Q$  — количество товара в тоннах, а  $P$  — цена одной тонны товара X в ден. ед. О покупателях второй группы известно, что они все вместе готовы купить 100 тонн товара X по любой цене. Обратная функция предложения товара на рынке имеет вид  $P = 50 + 0,2Q_s$ .

Государство решило выделить производителям товара X субсидию в размере 40 ден. ед. за каждую проданную тонну товара.

а) Определите, как изменится цена, уплачиваемая потребителями товара X после того, как будет введена субсидия его производителям. Покажите решение на графике.

б) Оцените, каковы будут расходы государственного бюджета, связанные с выплатой субсидии.

**Решение**

Сначала определимся с суммарным рыночным спросом. Так как на рынке действует две группы покупателей, то, разобравшись, как они ведут себя на рынке, мы сумеем построить функцию суммарного спроса.

Функция спроса первой группы покупателей описывается функцией  $Qd_1 = 300 - P$ , а это значит, что они предъявляют спрос на рынке пока цена товара X ниже ( $300/5=60$ ) ден. ед. за тонну. Вторая группа покупателей готова покупать товар по любой цене и при этом  $Qd_2 = 100$ .

Это значит, что суммарный спрос можно описать с помощью функции:

$$Qd_{\Sigma} = \begin{cases} Qd_2 = 100 & \text{при } P > 60 \\ Qd_1 + Qd_2 = (300 - 5P) + 100 = 400 - 5P & \text{при } 0 \leq P \leq 60 \end{cases}$$

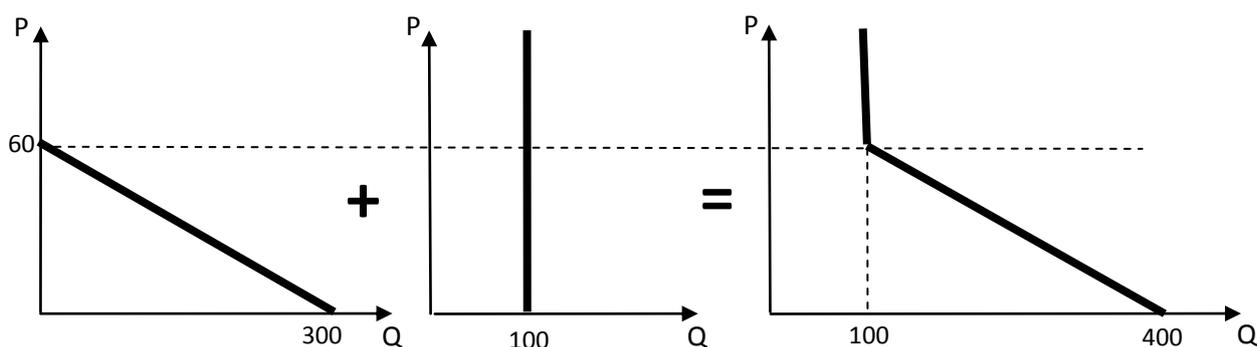


Рисунок 1

Покажем, как будет выглядеть суммарный спрос на графике (рисунок 1.)

Для удобства перепишем функцию предложения из обратной в прямую, т.е. запишем ее как функцию  $Q=f(P): Q_s = 5P - 250$ . Проанализировав эту функцию, мы приходим к выводу, что продавцы начнут предлагать свой товар на рынке только тогда, когда цена поднимется выше 50 ден. ед. за тонну.

Теперь мы можем найти равновесную цену на этом рынке ДО введения субсидии. Однако, чтобы понять, на каком участке суммарного спроса будет достигаться равновесие проведем анализ того,

что будет происходить на рынке при «критических» ценах, т.е. таких ценах, при которых осуществляется переход с одного участка функции спроса (или функции предложения) на другой. В нашем случае такой «критической» ценой является цена 60. При цене 60 ден. ед. за тонну покупатели хотят купить 100 тонн товара, а продавцы только  $(5 \cdot 60 - 250) = 50$  тонн, т.е.  $Q_d > Q_s$ , а значит, при этой цене на рынке возникнет дефицит, который будет толкать цену вверх. Следовательно, равновесная цена, которая установится на рынке, будет выше 60 ден. ед. за тонну. Приравняв соответствующий участок функции спроса с функцией предложения, мы найдем равновесную цену. При цене выше 60 функция спроса имеет вид  $Q_{d_2} = 100$ . Приравняв, получаем  $100 = 5P - 250$ , т.е.  $P_0 = 70$  ден. ед.

Покажем полученный результат на графике. (Рисунок 2)

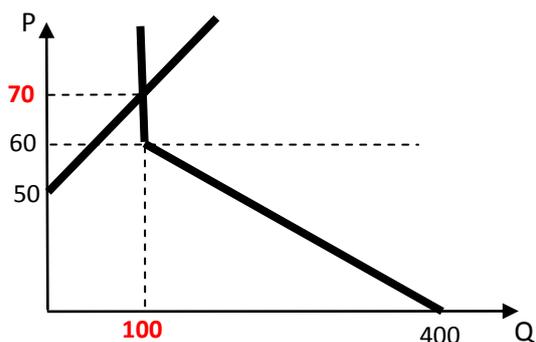


Рисунок 2

После того, как будет введена субсидия производителям, они будут готовы увеличить предложение товара на рынке, и будут согласны продавать то же самое количество товара, что и раньше, но по ценам ниже на величину субсидии. Производители предполагают, что государство компенсирует потерю их дохода от продажи товара на рынке субсидией.

Новая функция предложения примет вид  $Q_s = 5(P + 40) - 250$ , где 40 – это субсидия на каждую проданную тонну товара, т.е., продав тонну товара на рынке за P денежных единиц, продавец получает еще и субсидию в размере 40 ден. ед.

Итак, новая функция  $Q_s = 5P - 50$ , а это значит, что теперь продавцы готовы выходить на рынок при цене равной 10 ден. ед. за тонну. Снова анализируем, что будет происходить на рынке при «критической» цене 60 ден. ед. за тонну. Покупатели по-прежнему хотят купить 100 тонн товара, а продавцы теперь готовы продавать по этой цене  $(5 \cdot 60 - 50) = 250$  тонн, т.е. теперь  $Q_d < Q_s$ , а значит, при этой цене на рынке возникнет излишек, который будет толкать цену вниз. Следовательно, равновесная цена, которая установится на рынке, будет ниже 60 ден. ед. за тонну. Приравняв соответствующий участок функции спроса с функцией предложения, мы найдем новую равновесную цену. При цене ниже 60 функция спроса имеет вид  $Q_{d_2} = 400 - 5P$ . Приравняв, получаем  $400 - 5P = 5P - 50$ , т.е.  $P_1 = 45$  ден. ед. Подставив эту цену в функцию спроса  $(400 - 5 \cdot 45)$  или в функцию предложения  $(5 \cdot 45 - 50)$ , получаем, что равновесное количество теперь равно 175 тонн.

Итак, цена на товар X на рынке снизилась с 70 ден. ед. до 45 ден. ед., т.е. на  $(70 - 45) = 25$  ден. ед. Покажем это изменение на графике (Рисунок 3.)

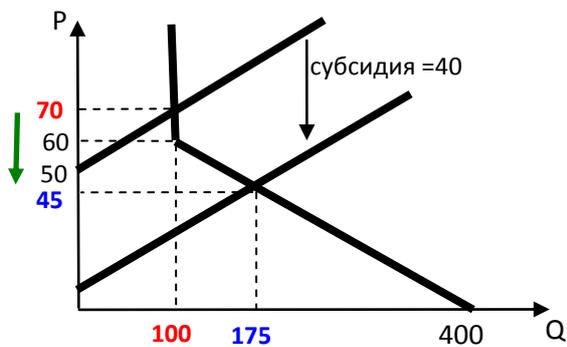


Рисунок 3

б) Расходы государственного бюджета, связанные с выплатой субсидии составят  $175 \cdot 40 = 7000$  ден.ед. (Объем продаж в тоннах умножаем на субсидию в расчете на 1 тонну проданного товара). Покажем эти расходы на графике (Рисунок 4.), хотя непосредственно в задаче этого и не требовалось.

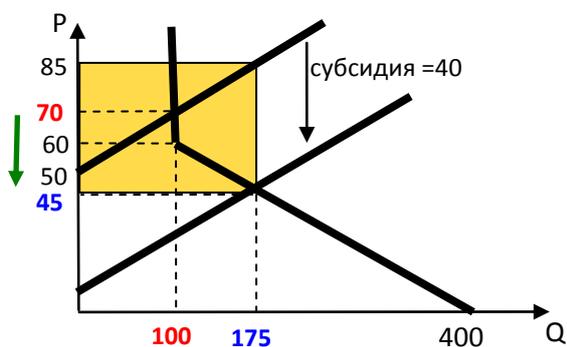


Рисунок 4

**Ответ: а) Цена снизилась с 70 ден. ед. до 45 ден. ед., т.е. на 25 ден. ед., б) Расходы государственного бюджета, связанные с выплатой субсидии составят 7000 ден.ед.**

## Задача 2. «ОБМЕН ВАЛЮТЫ» (20 БАЛЛОВ)

Господин Петров имеет годовой валютный вклад в долларах со ставкой 8 % годовых. Если вклад с причитающимися процентами не будет востребован на дату окончания, договор считается пролонгированным еще на один год. Годичная ставка по рублевому депозиту составляет 11 %, курс доллара на дату возможной пролонгации составляет 29 рублей за доллар, а прогнозируемый курс на дату окончания нового срока вклада составляет 28,5 рублей за доллар. На момент пролонгации договора из-за падения курса доллара хранить деньги стало выгоднее в рублях, однако за перевод валютного вклада в рублевый банк взимает комиссионные (в рублях) в размере 0,7 % от переводимой суммы.

Нужно ли господину Петрову конвертировать свои сбережения в рубли?

### Решение

Необходимо посчитать, какую сумму Петров получит через год после пролонгации. Если вклад оставить в валюте, то на конец второго года с каждого доллара, полученного после первого года, Петров получит  $(1+0,08) \cdot 28,5$  рублей. Если вклад перевести в рублевый, то на момент пролонгации Петров с каждого доллара имеет 29 рублей, то есть с учетом комиссионных на конец второго года Петров получит  $(1+0,11) \cdot (1-0,007) \cdot 29$  рублей. Таким образом, нужно проверить, верно ли неравенство  $1,08 \cdot 28,5 < 1,11 \cdot 0,993 \cdot 29$ . Даже не считая значения в левой и правой части, можно заметить, что  $1,08 < 1,1 \cdot 0,99 < 1,11 \cdot 0,993$ , так что умножение на валютные курсы только усиливает неравенство.

Логику решения задачи удобно представить в виде таблицы-схемы расчета.

	$t_0$	$t_{0+1}$	Сравнение
Курс доллара (рублей за доллар)	<b>29</b>	<b>28,5</b>	
<b>ВАЛЮТНЫЙ</b> вклад (в долларах)	$K_0$	$K_0^* (1+0,08)$	$K_0^* (1+0,08)^*$ 28,5
<b>РУБЛЕВЫЙ</b> вклад	$K_0^* 29^*$ $(1-0,007)$	$K_0^* 29^*$ $(1-0,007)^* \equiv$ $(1+0,11)$	$K_0^* 29^*$ $(1-0,007)^*$ $(1+0,11)$

**Ответ: Выгоднее переложить на рублевый депозит.**

### ЗАДАЧА 3. «ОЛИМПИЙСКИЙ СУВЕНИР» (20 БАЛЛОВ)

После триумфальной победы российских лыжников в гонке на 50 километров в последний день Зимних Олимпийских Игр в Сочи Данила-мастер решил сделать памятные сувениры — пьедестал, а на нем 3 медали. Если бы он делал только пьедесталы, то за день сделал бы их 12 штук, а если бы делал только медали, то за день сделал бы их 20 штук. Однако сувенир еще надо собрать, расписать... Вот если бы у Данилы-мастера уже имелись все необходимые заготовки, то за день он мог бы собрать 15 сувениров. Количество сувениров, изготовленных Данилой-мастером, может измеряться только целыми числами.

а) Определите максимальное количество сувениров, которое может изготовить Данила-мастер, имея в своем распоряжении только один день.

б) Данила-мастер является монополистом на рынке изготовленных им сувениров. Когда он продает  $N$ -й сувенир, его прибыль увеличивается на  $\Delta\pi = 10 - 2N$ . Какую максимальную прибыль он может получить за день?

#### Решение

а) Пусть  $A$  – это количество часов рабочего времени, которым располагает Данила-мастер. Тогда на изготовление одного сувенира он потратит  $\frac{A}{12} + \frac{3A}{20} + \frac{A}{15} = 0,3A$  часа. Значит, за рабочий день

Данила-мастер может изготовить  $\frac{A}{0,3A} = \frac{1}{0,3} = 3,3$  сувенира. Поскольку количество сувениров

может измеряться только целыми числами, максимальное количество — 3 штуки.

б) Посчитаем общую прибыль, как сумму приращений прибыли от продажи сувениров. Первый сувенир принесёт  $(10 - 2 \cdot 1) = 8$  денежных единиц дополнительной прибыли, второй  $(10 - 2 \cdot 2) = 6$ , третий —  $(10 - 2 \cdot 3) = 4$ . Общая прибыль будет равна 18 денежных единиц.

**Ответ: а) 3 штуки, б) 18 денежных единиц.**

### ЗАДАЧА 4. «СКИДКА В КОРОБКЕ» (20 БАЛЛОВ)

В прошлом месяце потребитель Иванов потратил весь свой доход на два товара и закупил 10 ед. товара  $X$  и 20 ед. товара  $Y$ . Известно, что цена товара  $X$  при этом была в два раза выше цены товара  $Y$ . В текущем месяце магазин, где Иванов всегда приобретает товары  $X$  и  $Y$ , проводит акцию: при покупке целой коробки товара  $X$  цена товара в коробке снижается в два раза. (В каждой коробке упаковано по 20 единиц товара  $X$ .)

XXI МЕЖРЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФЕСТИВАЛЬ ШКОЛЬНИКОВ  
«СИБИРИАДА. ШАГ В МЕЧТУ»

а) Покажите на графике в координатах (X;Y) множество доступных потребителю Иванову наборов в текущем месяце, считая, что его доход не изменился.

б) Определите, какое максимальное количество товара X приобрел Иванов, если известно, что он купил 4 единицы товара Y, и покажите решение на графике пункта а).

**Решение**

Введем обозначения:

X – количество товара X;

$P_x$  – цена товара X без акции;

$P_{xa}$  – цена товара X по акции;

Y – количество товара Y;

$P_y$  – цена товара Y.

а) В прошлом месяце расходы потребителя на покупку товаров X и Y составили  $(10P_x + 20P_y)$ , а так как по условию  $P_x = 2P_y$ , или  $P_y = (1/2)P_x$ , то можно записать:

$$10P_x + 20P_y = 10 \cdot 2P_y + 20P_y = 40P_y$$

$$10P_x + 20P_y = 10P_x + 20 \cdot (1/2) P_x = 20P_x.$$

Это означает, что, потратив все деньги, потребитель мог купить или 40 единиц товара Y, или 20 единиц товара X. В этом случае множество доступных потребителю наборов выглядело следующим образом (рисунок 1).

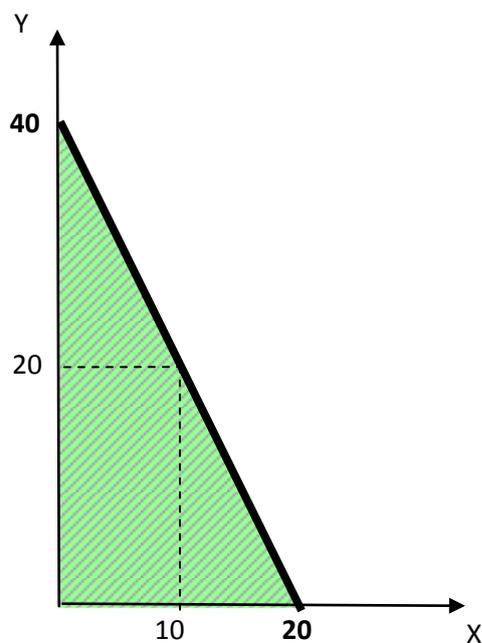


Рисунок 1

Уравнение бюджетной линии при этом будет иметь вид  $Y = 40 - 2X$ .

Множество доступных потребителю наборов – заштрихованная область под бюджетной линией.

Теперь посмотрим, какое максимальное количество товаров X и Y сможет купить потребитель в условиях акции.

Если он будет покупать товар X в количестве меньшем 20 ед., то условия акции на него не распространяются и бюджетная линия остаётся прежней.

Но если он будет готов купить 20 ед. товара X, то он уже может купить целую коробку товара X со скидкой, т.е. по цене  $P_{xa} = P_x/2$  и у него высвободится сумма денег равная  $20P_x$ , на которую он может купить 20 ед. товара Y или ещё одну коробку товара X по цене акции, так как  $P_y = P_{xa}$ , т.е. всего сможет купить 40 ед. товара X.

Однако, если он захочет купить товара X меньше 40 ед., то условия скидки на покупку дополнительных единиц товара X не распространяются, и если все высвободившиеся деньги он

XXI МЕЖРЕГИОНАЛЬНЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФЕСТИВАЛЬ ШКОЛЬНИКОВ  
«СИБИРИАДА. ШАГ В МЕЧТУ»

потратит на товар  $X$ , то сможет купить дополнительно только 10 единиц этого товара по цене без скидки.

Бюджетная линия потребителя в условиях действия акции может быть описана функцией:

$$Y = \begin{cases} 40 - 2X & \text{при } 0 \leq X < 20 \\ 60 - 2X & \text{при } 20 \leq X \leq 30 \\ 0 & \text{при } X = 40 \end{cases}$$

Изобразим бюджетную линию нашего потребителя на графике (рисунок 2).

Множество наборов, которые может потребитель КУПИТЬ - это область под бюджетной линией.

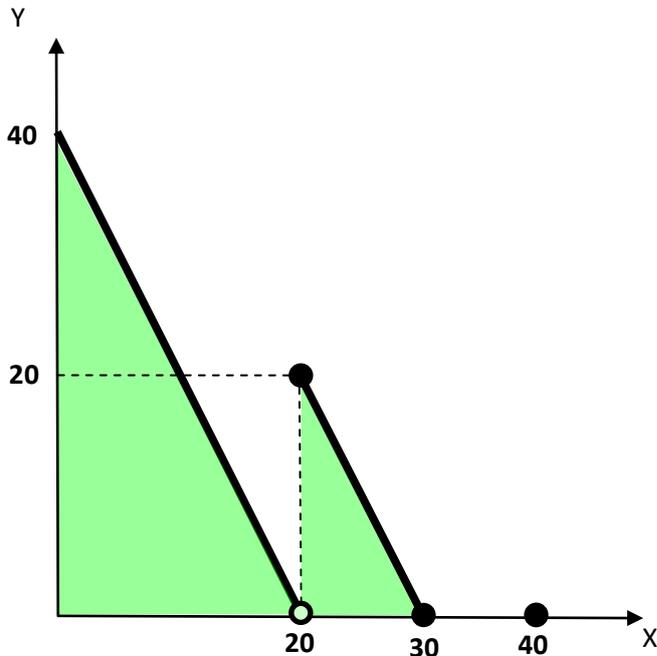


Рисунок 2

Однако по условию задачи требуется показать множество ДОСТУПНЫХ потребителю наборов, т. е. таких наборов, которые потребитель может использовать для удовлетворения своих потребностей.

А это значит, что мы должны рассматривать не только те наборы, которые он может купить, но и те наборы, которые становятся ему доступными после того, как он совершил покупку.

Множество таких наборов представлено на рисунке 3.

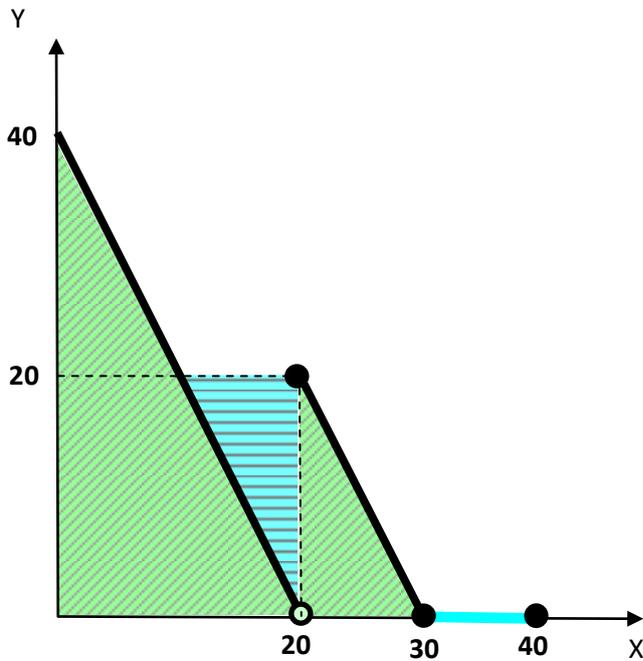


Рисунок 3

б) Теперь определим, какое максимальное количество товара X купил потребитель, если известно, что он приобрёл 4 ед. товара Y. Эта точка соответствует второму участку бюджетной линии (см. рисунок 4.)

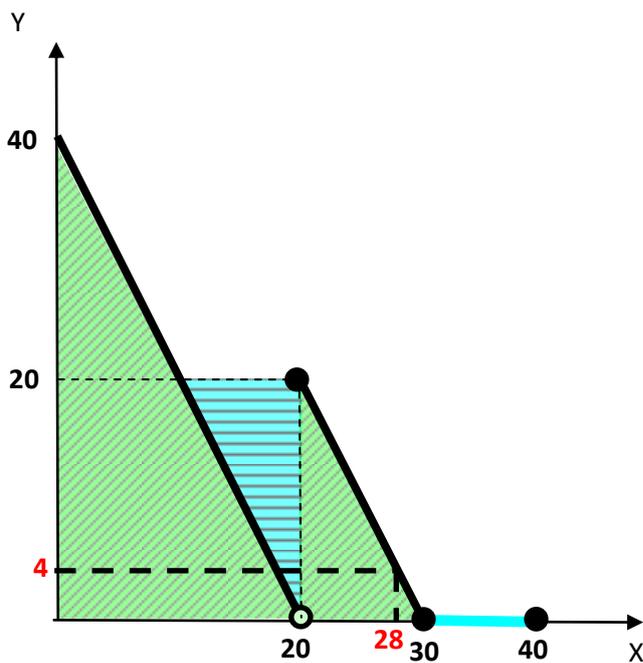


Рисунок 4

Достаточно подставить  $Y=4$  в соответствующую функцию ( $4=60-2X$ ) и получить, что  $X=28$ .

**Ответ:** а) см. рисунок 3.б)  $X=28$  см. рисунок 4.

#### ЗАДАЧА 5. «ИПОТЕКА» (20 БАЛЛОВ)

В последние годы ипотека становится всё более популярной среди граждан России. По данным Центрального Банка, в 2013 году кредитными организациями в России было выдано более 800 тыс. ипотечных жилищных кредитов в рублях на общую сумму более 1,3 трлн рублей. Процентная ставка по ипотечным кредитам меньше, чем по обычным потребительским (например,

по кредитным картам), срок погашения и сумма кредита больше, да и банки часто предъявляют к заемщикам менее жесткие требования.

Какие особенности ипотечного кредита позволяют банкам предоставлять заемщикам более хорошие условия, чем заемщикам по потребительским кредитам? В ходе ответа на вопрос объясните, почему у заемщика по ипотеке не получится обхитрить банк, взяв ипотечный кредит и потратив его на ежедневные потребительские нужды.

### **Решение**

Ипотека — это кредит под залог того имущества, на которое этот кредит дается. Проще говоря, если заемщик окажется неплатежеспособным, то имущество, которое он купил на кредит, перейдет в собственность банка. Таким образом, банк застрахован от того, что кредит не будет возвращен вовсе или будет возвращен только после длительного судебного процесса и распродажи собственности заемщика. Заемщик не сможет обмануть банк и истратить деньги на что-то другое, так как он, в отличие от случая с кредитной картой, не может получить наличные деньги — они переводятся сразу продавцу товара.

Начальник управления образовательной политики  
министерства образования, науки и  
инновационной политики Новосибирской области



В.Н. Шукин