

«СИБИРИАДА. ШАГ В МЕЧТУ»

г. БЕРДСК

---

10-й класс

# ЗАДАЧИ

Дата написания	<b>27 февраля 2013 г.</b>
Количество заданий	<b>4</b>
Сумма баллов	<b>100</b>
Время написания	<b>120 минут</b>

*Необходимо привести полное и обоснованное решение всех заданий.  
Решение должно содержать четкую аргументацию, без лишних рассуждений.*

*Не пытайтесь читать задания до объявления начала написания тура.*

---

*Решения заданий выполняются на отдельном бланке.*

**Задача № 1. «Задача Считалкина»****(25 баллов)**

Учитель экономики Карл Петрович Вешкин в качестве домашнего задания велел своему ученику Филу Считалкину придумать интересную экономическую задачу для Сибириады. Через некоторое время Фил вернулся со следующей задачей (для которой он сразу же записал и решение):

**Условие.** Выручка авиастроительной фирмы задается уравнением  $TR = 12Q - 0,9Q^2$ , где  $Q$  — количество самолетов (в штуках), продаваемых в месяц. Функция общих затрат этой фирмы задается уравнением  $TC = 12 + 2Q - 0,7Q^2 + 0,03Q^3$ . Найдите, при каком  $Q$  фирма получит максимально возможную выручку, и при каком  $Q$  фирма получит максимальную прибыль.

**Решение:** Максимальную выручку можно найти из равенства нулю производной:  $TR' = 12 - 1,8Q = 0$ , то есть  $Q = 6, (6)$ . Максимальная прибыль определяется из условия  $MR = MC$ , где  $MR = TR' = 12 - 1,8Q$ , а  $MC = TC' = 2 - 1,4Q + 0,09Q^2$ , т. е.  $12 - 1,8Q = 2 - 1,4Q + 0,09Q^2$ . Решаем полученное квадратное уравнение, находим, что оно имеет два корня,  $Q = 8,55$  и  $Q = -12,955$ . Из двух корней берем неотрицательный, и получаем, что максимальную прибыль фирма получит при  $Q = 8,55$ .

Филу задача казалась замечательной, но К. П. Вешкин не разделил его энтузиазма и сказал: «Дорогой Фил, вы, как будущий экономист, должны хорошо владеть математикой. Однако хороший экономист — это больше, чем только математик. Посему за ваше домашнее задание я вам ставлю по математике „пять“, а по экономике „два“». Объясните, что в задаче Фила не понравилось вредному учителю? Приведите как минимум **три** критических замечания. Из них хотя бы два должны достаточно серьезны, чтобы объяснить, почему К. П. Вешкин вlepил бедному Филу «два» по экономике.

**Задача № 2. «Продажа теплиц»****(25 баллов)**

Фирма «Теплон» является единственным производителем и продавцом складных теплиц в деревне Огурцово. Ее издержки, связанные с производством теплиц (в ден. ед.), описываются функцией  $TC = 10Q + 2,5Q^2$ , где  $Q$  — количество теплиц, в штуках. Обратная функция спроса на теплицы в деревне Огурцово имеет вид  $P = 70 - 5Q$ , где  $P$  — цена теплицы, в ден. ед.

а) Определите, какую максимальную прибыль может получить фирма «Теплон», реализуя теплицы на местном рынке в деревне Огурцово.

б) У фирмы «Теплон» появилась возможность возить теплицы на продажу в областной центр — город Томатовск, где можно продать любое количество теплиц по цене 60 ден. ед. за штуку. Перевозка теплиц осуществляется грузовыми автомобилями, вместимостью не более 30 теплиц, при этом расходы на перевозку одной машиной составляют 1 ден. ед. на километр пути. Оцените, на каком максимальном расстоянии от деревни Огурцово должен находиться город Томатовск, чтобы фирме «Теплон» было выгодно везти туда теплицы.

**Задача № 3. «Выборы и шарики»****(25 баллов)**

На выборах президента страны X соревнуются два кандидата. Главный вопрос, который стоит на повестке дня предвыборной кампании — сколько воздушных шариков развесить на главной площади столицы ко Дню независимости страны X. Вечером накануне выборов кандидатам предстоит участвовать в теледебатах, на которых каждый из них должен будет окончательно объявить, сколько шариков он повесит на площади, если станет президентом.

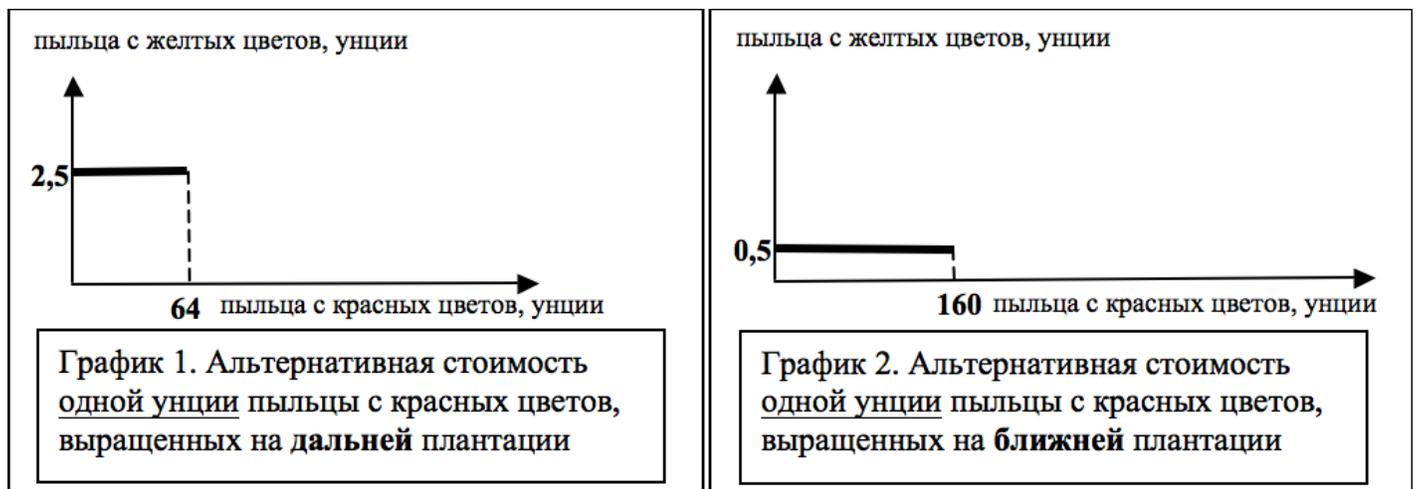
У каждого гражданина страны есть свое любимое число, и если какой-то из кандидатов предложит именно это число шариков, то избиратель проголосует за него (если любимое число будет предложено обоими кандидатами, гражданин сделает выбор, подбрасывая монетку). Если же любимого избирателем числа не будет среди предложенных вариантов, то он проголосует за того кандидата, который предложит число ближе к его любимому (если разница предложений с любимым числом будет одинаковой, то он тоже подбросит монетку). Самое распространенное любимое число — 50 шариков, его любят 51 человек. 49 и 51 шарик любят по 50 человек, 48 и 52 шарика — по 49 человек, ..., 0 и 100 шариков — по 1 человеку. Это распределение любимых чисел известно кандидатам.

Чем закончатся дебаты, если оба кандидата стремятся выиграть выборы?

**Задача № 4. «Продажа плантации»****(25 баллов)**

У рационального эльфа Сью есть две плантации, на которых он выращивает красные и желтые цветы, собирает с них пыльцу, смешивает ее в четко определенной пропорции и продает на рынке. Ежегодная прибыль от продажи 1 унции смеси из пыльцы стабильно составляет 40 луидоров.

Гном Кью хочет купить одну из плантаций, чтобы построить там домик. Эльф Сью в принципе согласен продать, но вопрос только в том, какую плантацию и по какой цене. Приглашенный эксперт оценил альтернативную стоимость каждой унции пыльцы, собираемой с красных цветов, и представил полученную оценку в виде следующих графиков:



Проанализировав полученные данные, эльф Сью с радостью убедился, что он действительно рационально использует плантации, и сделал интересный вывод: он готов продать **любую** из плантаций за одну и ту же цену!

- Постройте кривую производственных возможностей эльфа Сью до продажи плантации.
- Найдите, в какой пропорции эльф Сью смешивает цветочную пыльцу, подготавливая ее к продаже.
- Определите, какую минимальную цену за плантацию должен предложить гном Кью, чтобы эльф Сью согласился на сделку, если известно, что ставка банковского процента стабильна и составляет 5%.