Решения

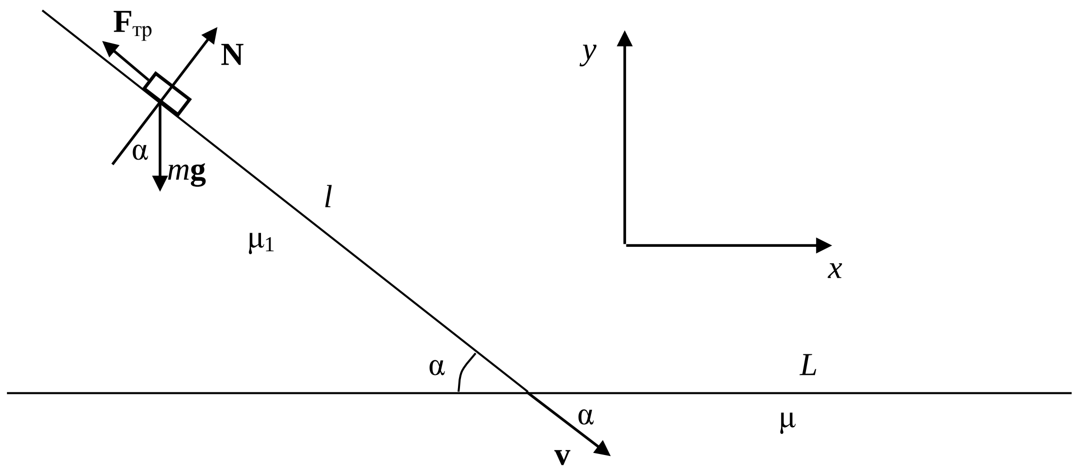
9 класс

9 класс. Задача 1: “Соскальзывание монеты”

Оборудование: трибометр, монета, стол, линейка, стираемый маркер.

9. Исследуйте характер соскальзывания монеты в зависимости от начальной высоты пуска при одном и том же угле наклона трибометра (не менее 4 измерений).
10. Повторите измерения при двух других углах наклона трибометра.
11. Определите коэффициент трения скольжения между монетой и столом.
12. Объясните полученные результаты.

Решение



1. На первом шаге измеряем коэффициент трения о наклонную плоскость:

$$-\mu_1 mg\cos\alpha_1 + mg\sin\alpha_1 = 0$$

При легком постукивании происходит соскальзывание с почти постоянной скоростью, $a = 0 \Rightarrow$

$$\operatorname{tg}\alpha_1 = \mu_1. \qquad (1)$$

2. Увеличим угол. Скорость в конце наклонной плоскости:

$$-\mu_1 mg\cos\alpha + mg\sin\alpha = ma$$

$$a \neq 0 \Rightarrow \quad v_1^2 = 2al = 2g(\sin\alpha - \mu_1\cos\alpha)l$$

Момент удара. В результате удара резко возрастает нормальная реакция опоры, что приводит к увеличению силы трения:

$$v_{1y} = v_1\sin\alpha, \; v_{1x} = v_1\cos\alpha$$

$$F_{mp} = \mu N, \quad m\frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \mu m \frac{\Delta v_y}{\Delta t}, \quad \Delta v_x = \mu \Delta v_y = \mu v_{1y} = \mu v_1 \sin\alpha$$

Скорость после удара

$$v_x = v_1 \cos\alpha - \mu v_1 \sin\alpha = v_1 (\cos\alpha - \mu \sin\alpha) \tag{2}$$

Расстояние, пройденное монетой по столу:

$$L = \frac{v_x^2}{2\mu g} = \frac{v_1^2 (\cos\alpha - \mu\sin\alpha)^2}{2\mu g} = \frac{2g(\sin\alpha - \mu_1 \cos\alpha) l (\cos\alpha - \mu \sin\alpha)^2}{2\mu g}$$

$$L = \frac{(\sin\alpha - \mu_1\cos\alpha)(\cos\alpha - \mu\sin\alpha)^2}{\mu} l. \tag{3}$$

Обозначим $b = \dfrac{L}{l(\sin\alpha - \mu_1 \cos\alpha)}$. Тогда

$$\mu b = (\cos\alpha - \mu \sin\alpha)^2$$

$$\mu^2 \sin^2\alpha - \mu(2\sin\alpha\cos\alpha + b) + \cos^2\alpha = 0$$

$$\mu = \frac{2\sin\alpha\cos\alpha + b \pm \sqrt{(2\sin\alpha\cos\alpha + b)^2 - 4\sin^2\alpha\cos^2\alpha}}{2\sin^2\alpha}$$

$$\mu = \frac{2\sin\alpha\cos\alpha + b \pm \sqrt{4b\sin\alpha\cos\alpha + b^2}}{2\sin^2\alpha}. \tag{4}$$

Знак должен быть минус, иначе $\mu >> 1$.

$$\mu = \cot\alpha + \frac{b}{2\sin^2\alpha} - \sqrt{\left(\cot\alpha + \frac{b}{2\sin^2\alpha}\right)^2 - \cot^2\alpha}, \tag{4*}$$

$$\mu = \cot\alpha\left(1 + \frac{b}{2\sin\alpha\cos\alpha} - \sqrt{\left(1 + \frac{b}{2\sin\alpha\cos\alpha}\right)^2 - 1}\right). \tag{4**}$$

$$\mu = \cot\alpha\left(c - \sqrt{c^2 - 1}\right), \tag{4***}$$

где $c = 1 + \dfrac{b}{2\sin\alpha\cos\alpha} = 1 + \dfrac{L}{2l\sin\alpha\cos\alpha(\sin\alpha - \mu_1\cos\alpha)}$

Если потерю скорости при ударе не учитывать, то

$$L = \frac{v_x^2}{2\mu g} = \frac{(\sin\alpha - \mu_1\cos\alpha) l (\cos\alpha)^2}{\mu}, \tag{5}$$

$$\mu_{1ynp} = \frac{(\sin\alpha - \mu_1\cos\alpha)\cos^2\alpha}{L} l. \tag{6}$$

Если считать, что вся скорость в нижней точке горки переходит в скорость на столе, то

$$L=\frac{v_x^2}{2\mu g}=\frac{(\sin\alpha-\mu_1\cos\alpha)l}{\mu}, \tag{7}$$

$$\mu_{2\,упр}=\frac{(\sin\alpha-\mu_1\cos\alpha)}{L}l. \tag{8}$$

Упрощенные формулы дают завышенное значение коэффициента трения.

Линейка 50 см.

Определение μ_1: $\mu_1=\mathrm{tg}\left(\arcsin\left(\frac{14.5}{50}\right)\right)=0.303$

Высота края линейки 20 см, $\alpha=\arcsin\frac{20}{50}=0.412$

l	10	20	30	40
L	4.5	9	14	20
μ	0.192	0.192	0.186	0.175

$$\bar{\mu}=\frac{0.192+0.192+0.186+0.175}{4}=0.186$$

$$S_{\bar{x}}=0.004$$

$$\mu=0.186\pm0.013$$

Если не учесть торможение в момент удара о стол $\bar{\mu}=0.22$. На столах в ЛЭТИ коэффициент трения должен быть меньше.

Разбалловка:

1. Выведена формула (1) — 1 балл
2. Выведена формула (3) — 3 балла
   – или выведена формула (5) — 2 балла
   – или выведена формула (7) — 1 балл
3. Выведена формула (4) или (4*) или (4**) или (4***) или аналогичная им — 4 балла
   – или выведена формула (6) — 2 балла
   – или выведена формула (8) — 1 балл
4. Проделаны измерения и найден $\mu_1=0.225\pm0.020$ монеты о трибометр — 1 балл
5. Измерены дальности соскальзывания от начальной высоты и угла, таблица — 1 балл
6. Получено числовое значение μ, лежащее от 0.15 до 0.22 — 2 балла
   – или получено числовое значение μ, лежащее от 0.23 до 0.4 — 1 балл
7. Построена зависимость $\mu(h,\alpha)$ — 1 балл
8. Оценена погрешность — 1 балл
9. Осмысленный вывод — 1 балл

9 класс. Задача 2: “Свойства головы тролля”

Задание: Определите температурный коэффициент объемного расширения головы тролля. Температурный коэффициент объемного расширения определяется как

$$\alpha = \frac{1}{V_0}\left(\frac{\Delta V}{\Delta T}\right)_{P=\mathrm{const}} .$$

Оборудование: голова тролля, нитки и ножницы по требованию, стакан, термометр, холодная и теплая вода по требованию, эталонное тело с малым коэффициентом объемного расширения, штангенциркуль по требованию, электронные весы с точностью 10 мг, салфетки.

Решение

Коэффициент теплового расширения тела определяется на основе метода гидростатического взвешивания, при котором в установленном на аналитические весы сосуде с жидкостью по очереди подвешиваются исследуемое тело и тело, сделанное из вещества с малым температурным коэффициентом расширения. Тела полностью погружены в жидкость и не касаются ни стенок, ни дна сосуда. При изменении температуры геометрические размеры тела, сделанного из вещества с малым температурным коэффициентом расширения, контролируются с помощью высокоточного измерительного прибора: штангенциркуля. Вес вытесненной жидкости определяется посредством фиксирования показаний аналитических весов, что позволяет определить с высокой точностью изменение объема тела при изменении температуры.

Поскольку весы показывают вес тела в единицах массы, показания весов P, на которые помещен стакан с водой и подвешенным в ней телом, будут для исследуемого тела (голова тролля)

$$P(T) = \rho_в(T)V(T),$$

Для эталонного тела:

$$P_0(T) = \rho_в(T)V_э(T).$$

Их отношение не зависит от плотности воды, которая также меняется с изменением температуры

$$\frac{P(T)}{P_э(T)} = \frac{V(T)}{V_э(T)}.$$

$$V(T) = V_э(T)\frac{P(T)}{P_э(T)}.$$

Проведя измерения температурной зависимости, находим искомую величину:

$$\alpha=\frac{1}{V_0}\left(\frac{\Delta V}{\Delta T}\right)_{P=\mathrm{const}}=\frac{\left(V_э(T)\dfrac{P(T)}{P_э(T)}-V_э(T_0)\dfrac{P(T_0)}{P_э(T_0)}\right)}{V_э(T_0)\dfrac{P(T_0)}{P_э(T_0)}\Delta T}=\frac{1}{\Delta T}\left(\frac{V_э(T)}{V_э(T_0)}\frac{P(T)P_э(T_0)}{P_э(T)P(T_0)}-1\right).$$

Если учитывать изменение размеров эталонного тела, поправочный коэффициент можно найти как

$$\frac{V_э(T)}{V_э(T_0)}=\frac{l(T)^3}{l(T_0)^3}.$$

$$\frac{l(T)^3}{l(T_0)^3}\frac{P(T)P_э(T_0)}{P_э(T)P(T_0)}=\alpha\Delta T+1.$$

В условиях эксперимента изменение размеров эталонного тела находится за пределами точности применяемого оборудования.

Пренебрегая изменением объема эталонного тела при изменении температуры, получим:

$$\frac{P(T)P_э(T_0)}{P_э(T)P(T_0)}=\alpha\Delta T+1.$$

Численное значение α можно получить, построив нормированный к начальному значению график отношения $\dfrac{P}{P_э}$ от температуры, аппроксимировав его прямой линией и найдя угловой коэффициент.

Разбалловка:

1.	Описана методика гидростатического взвешивания	2 балла
2.	Получена формула для нахождения показателя α	2 балла
3.	Измерены вытесненные веса жидкости для исследуемого и эталонного тел для ≥ 4 различных температур, сведены в таблицу	4 балла max
4.	Построена зависимость $P(T)$ или $P(T)/P_э(T)$ для нахождения α (верно указаны оси, шкалы, единицы измерения и т.д.)	2 балла
5.	Проведена оценка влияния изменения размеров эталонного тела	2 балла
6.	Найден неизвестный показатель $\alpha\sim 1\cdot 10^{-4}\ K^{-1}$ (уточнить по результатам)	2 балла
7.	Оценена погрешность.	1 балл