

10 класс

10 класс. Задача 1: “Теплопроводность в стержне”

Распространение тепла в стержне описывается достаточно сложной и интересной закономерностью, которую вам необходимо будет вывести на основе эксперимента.

1. Расстелите на столе черновую бумагу, чтобы предотвратить попадание стеарина на стол. Зажгите длинную свечу и нанесите на стержень цепочку капель стеарина примерно одинакового размера на небольшом расстоянии друг от друга. Замерьте положения застывших капель.

2. Закрепите стержень горизонтально в штативе. Установите плавающую свечу под свободным концом стержня так, чтобы обеспечить его нагрев. Фиксируйте моменты времени от начала нагрева, когда застывшие капли начинают расплавляться. Закончив измерения, погасите свечу.

3. На основе графо-аналитических методов выведите аналитическую эмпирическую зависимость времени от начала нагрева до момента расплавления от расстояния капли от источника нагрева, которая наилучшим образом аппроксимирует экспериментальные данные.

4. Оцените погрешность полученной аналитической зависимости.

5. После окончания опыта и остывания стержня очистите стержень от копоти.

Внимание! Будьте особо осторожны с открытым огнем и раскаленным стержнем. Помните, раскаленный стержень выглядит точно так же, как и холодный, а упавшая на пол свеча запросто поджигает брюки или юбку!

Миллиметровую бумагу используйте разумно экономно, двух графиков на листе может не хватить для анализа.

Оборудование: Стержень, система крепления стержня, свеча длинная по требованию, зажигалка по требованию, свеча плоская плавающая, секундомер или часы с секундной стрелкой, миллиметровая бумага, черновая бумага.

Решение

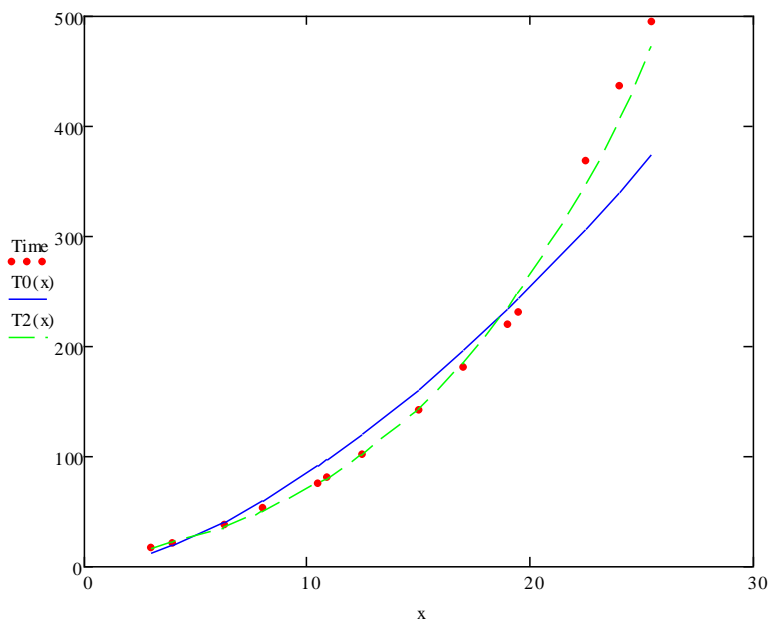
Измерения проводились на более толстом стержне, $d = 8 \text{ мм}$, в эксперименте выдан $d = 6 \text{ мм}$, так что расстояния и времена могут не совпадать.

E =

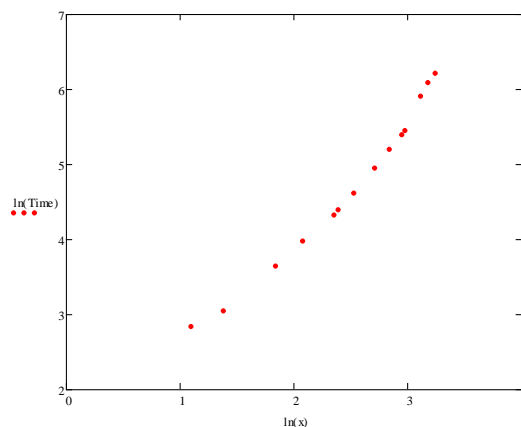
	0	1
0	3	17
1	4	21
2	6.3	38
3	8	53
4	10.5	75
5	10.9	81
6	12.5	101
7	15	141
8	17	180
9	19	219
10	19.5	230
11	22.5	368
12	24	436
13	25.5	495

$$x := E^{(0)} \quad \text{Time} := E^{(1)}$$

Построим зависимость времени до расплавления капли от расстояния $t(x)$.

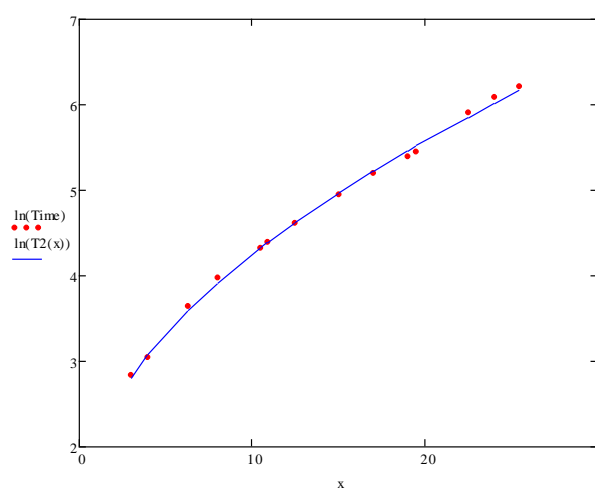


Зависимость быстро возрастающая, нелинейная. Это может быть степенная функция или экспонента. Предположим, что степенная $t = Ax^b$. Прологарифмируем ее $\ln t = b \ln x + \ln A$ и построим зависимость $\ln t$ от $\ln x$:



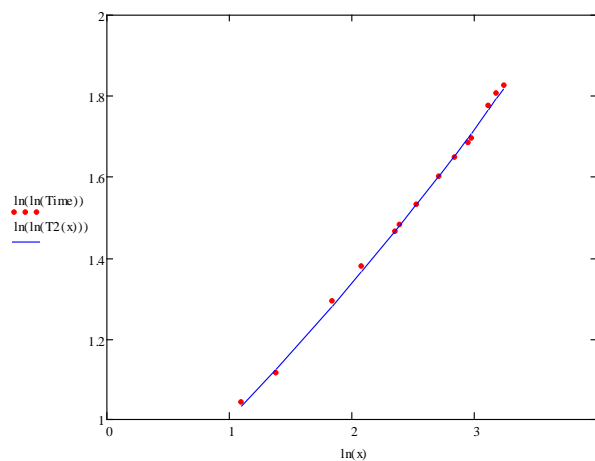
На прямую это как-то не похоже.

Значит зависимость экспоненциальная. Пусть $t = e^{bx}$. $\ln t = bx$. Построим $\ln t$ от x .



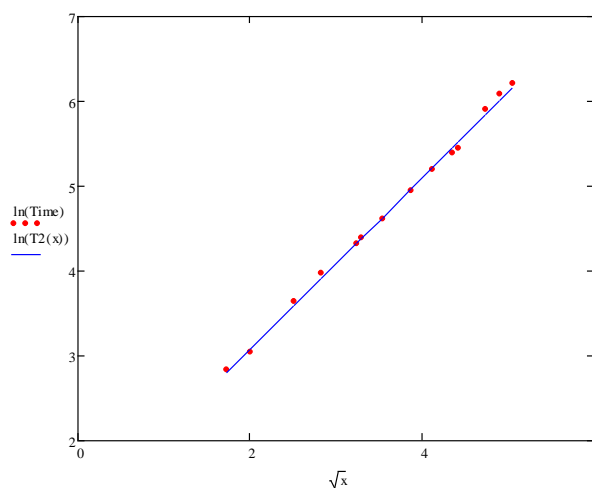
Снова на прямую не похоже, но зато выглядит как квадратный корень. Проверим это.

Прологарифмируем еще раз.



$$b3 = \text{linc}(\ln(x), \ln(\ln(\text{Time}))) = \begin{pmatrix} 0.611 \\ 0.369 \end{pmatrix}$$

Можно было сразу попробовать построить $\ln t$ от \sqrt{x} .



Идеальная прямая. Значит $t = Ae^{b\sqrt{x}}$, $t = 2.88 e^{1.01\sqrt{x}}$.

Разбалловка:

- | | |
|--|---------|
| 1. Снята зависимость времени расплавления каплеь от координаты x , таблица | 2 балла |
| 2. Построена зависимость $t(x)$ | 2 балла |
| 3. Построена зависимость $\ln t$ от $\ln x$ | 3 балла |
| 4. Построена зависимость $\ln t$ от x | 3 балла |
| 5. Построена зависимость $\ln t$ от \sqrt{x} | 3 балла |
| – или построена зависимость $\ln(\ln t)$ от $\ln(x)$ | 3 балла |
| 6. Найдены параметры A, b этой зависимости $t = Ae^{b\sqrt{x}}$ | 2 балла |

10 класс. Задача 2: “Маятник Максвелла”

Маятник Максвелла представляет собой диск, закрепленный на стержне, подвешенном на бифилярном подвесе. На стержень с двух сторон намотана нить, закрепленная сверху. Если, вращая ось, накрутить нить на ось, а затем отпустить маятник, он будет скатываться с нити, постепенно раскручиваясь и разгоняясь, а затем вновь подниматься.

Оборудование: пластинка для электропроигрывателя, карандаш, нитки, скотч, ножницы по требованию, секундомер, линейка.

Задание.

1. Из имеющегося оборудования изготовьте маятник Максвелла. Закрепите подвес на краю стола. Длину нити подберите таким образом, чтобы при полном разматывании нити пластинка не касалась бы пола и оставался бы достаточный зазор. При ударе о пол пластинка может разбиться. Разбивший пластинку участник может быть дисквалифицирован.

2. Определите ускорение, с которым опускается диск при разматывании нити.

4. Определите теоретическое значение ускорения на основе уравнения динамики вращательного движения и сопоставьте его с экспериментальным ускорением, найденным на основе геометрических размеров и массы. Для справки: момент инерции диска равен $mR^2/2$. Масса диска 180 г. Масса карандаша 5 г.

3. Определите среднюю силу, испытываемую нитью в момент рывка – в нижней точке траектории диска. Определите количество теплоты, выделяющееся в момент рывка нити в нижнем положении.

Решение

$$R = 15 \text{ cm} \quad r = 0.35 \text{ cm} \quad h = 32 \text{ cm} \quad \Delta h = 0.5 \text{ cm} \quad \Delta H = 12 \text{ cm} \quad m = 4 \text{ gr} \quad M = 180 \text{ gr}$$

Проведено несколько измерений времени скатывания (не меньше 5)

t :=

	0
0	7.1
1	7.66
2	7.25
3	8.1
4	7.8
5	0

$$t_s := \frac{1 \cdot s}{5} \cdot \sum_{n=0}^4 t_n = 7.582s$$

$$a = \frac{2 \cdot h}{t_s^2} = 1.1133 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

$$\Delta t = 2.8 \sqrt{\frac{1}{4 \cdot 5} \cdot \sum_{n=0}^4 (t_n \cdot s - t_s)^2} = 0.51s$$

$$\Delta a = \sqrt{\left(\frac{2 \cdot h}{t_s^3} \cdot \Delta t \right)^2 + \left(\frac{2 \cdot \Delta h}{t_s^2} \right)^2} = 0.077 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

Теоретическое ускорение

$$(m + M) \cdot g \cdot r = \left[\frac{M \cdot R^2}{2} + \frac{m r^2}{2} + (m + M) \cdot r^2 \right] \cdot \frac{a}{r}$$

$$a_2 = \frac{(m + M) \cdot g \cdot r^2}{\frac{M \cdot R^2}{2} + \frac{m r^2}{2} + (m + M) \cdot r^2} = 1.09 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

Определим среднюю силу, испытываемую нитями в момент рывка – в нижней точке траектории диска.

$$v = a \cdot t_s \quad \omega = \frac{v}{r} \quad \tau = \frac{\pi}{\omega}$$

$$F_{\text{н}} = \left[(M + m) \cdot g + \frac{2 \cdot (M + m) \cdot v}{\tau} \right] = 2.043 \text{ N} \quad (M + m) \cdot g = 1.804 \text{ N} \quad \frac{2 \cdot (M + m) \cdot v}{\tau} = 0.238 \text{ N}$$

$$F_{\text{н}} = \left[(M + m) \cdot g + \frac{8 \cdot (M + m) \cdot h^2}{\pi \cdot r \cdot t_s^2} \right] = 2.043 \text{ N}$$

Сила натяжения одной нити в 2 раза меньше: $F_1 = F / 2 \approx 1 \text{ H}$.

Погрешность силы $\Delta F = \frac{16(M + m) \cdot h^2}{\pi \cdot r \cdot t_s^3} \cdot \Delta t = 0.032 \text{ N}$

Определим количество теплоты, выделяющееся в момент рывка нити в нижнем положении по спуску – подъему маятника.

$$Q = (M + m) \cdot g \cdot \Delta h = 0.217 \text{ J}$$

Разбалловка:

- | | |
|---|---------|
| 1. Проведено измерение времени скатывания маятника (не менее 5 раз) | 2 балла |
| – или измерение времени выполнено менее 5 раз, или нет таблицы | 1 балл |
| 2. Найдено значение t и усреднено | 1 балл |
| 3. Найдена погрешность t | 2 балла |
| 4. Найдено ускорение a | 2 балла |
| 5. Оценена погрешность a | 1 балл |
| 6. Найдено теоретическое ускорение a | 2 балла |
| 7. Найдена сила натяжения нити в момент рывка верно | 3 балла |
| – не учтено изменение направления импульса или не учтено mg | 1 балл |
| – забыто, что нитей 2 (не разделено на 2) | 2 балла |
| 8. Найдено количество выделившейся теплоты | 2 балла |