# Городская открытая олимпиада школьников по физике.
# Финальный этап. Теоретический тур. Решения 7 класс 1 этап

## Задача 1.

Чтобы плот начал двигаться барабаны $A$ и $B$ надо вращать против часовой стрелки, обозначим его скорость плота относительно земли за $V$ (см. Рис.). При этом за один оборот барабана плот проходит расстояние равное $\pi \cdot D$, где $D$ – диаметр верхнего цилиндра. Так как проскальзывания нет, а диаметр нижнего в два раза больше, лента пройдет за один оборот в два раза большее расстояние $2 \cdot \pi \cdot D$. Значит скорость ленты в системе отсчета плота по модулю равна $2V$.

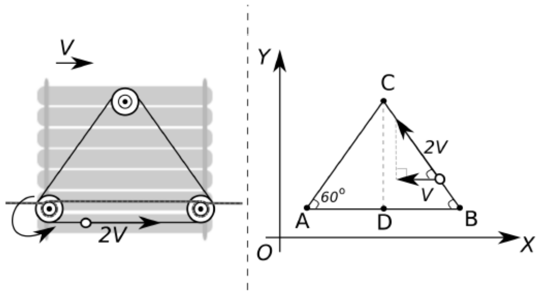



Рис. 1

Найдем проекцию скорости лампы на ось $OX$ в системе отсчета плота при движении лампы по стороне $BC$ (см. Рис.). В равностороннем треугольнике $ABC$ все углы составляют 60°. Горизонтальная проекция скорости на ось $OX$ является катетом прямоугольного треугольника прилежащего к углу к 60°. Таким образом, проекция равна половине гипотенузы и направлен против движения $V_x = -V$. При движении по $CA$ аналогично, как для стороны $BC$, только скорость по оси $OY$ поменяет направление.

Для перехода в систему отсчета земли и неподвижного воздушного шара, к составляющей скорости по оси $OX$ нужно прибавить $V$. Когда лампа движется по стороне $AB$, относительно земли она движется вдоль оси $OX$ со скоростью $3 \cdot V$. Когда она движется по сторонам $BC$ и $CD$ вдоль оси $OX$ скорость равна нулю, и лампа движется вверх и вниз по $OY$, соответственно.

Длина стороны $AB$ составят треть общей длины ленты и равна $20/3$ м. Из рассмотрения движения относительно плота получаем, что по $AB$ лампа движется в течение времени $t_{AB} = (20/3)/(2 \cdot V)$. Значит в системе отсчета земли она пройдет $l = 3 \cdot V/t_{ab} = 10$ м. Так как размеры барабанов пренебрежимо малы, когда лампа движется по $BC$ и $CD$ перемещение по оси $OX$ равно нулю. По оси $OY$ в это время она сначала проходит вверх, а затем вниз расстояние равное высоте $CD$ треугольника $ABC$ ( $CD = 5\sqrt{3}$ м см. Рис. 1). Таким образом картинка на фотоснимке будет состоять из горизонтальных и вертикальных линий (см. Рис. 2).

Плот проходит путь равный расстоянию между берегами за вычетом удвоенной длины стороны $AB$, так как сам имеет какой-то размер причалив к берегу, $L_\Pi = 600 - 2 \cdot AB = 560 + 20/3$ м. В системе отсчета плота лампа пройдет в два раза больший путь равный $L_\Lambda = 2 \cdot l$ м, так как модуль ее скорости всегда $2V$. Число оборотов, которые сделает лампа мы можем получить поделив пройденный ею путь на общую длину ленты – $N = L_\Lambda/20 = 56+2/3$, то есть 56 целых и еще 2/3 оборота. Через две трети оборота с начального положения лампа будет на середине стороны $AC$, таким образом на изображении будут видны 57 вертикальных линии.

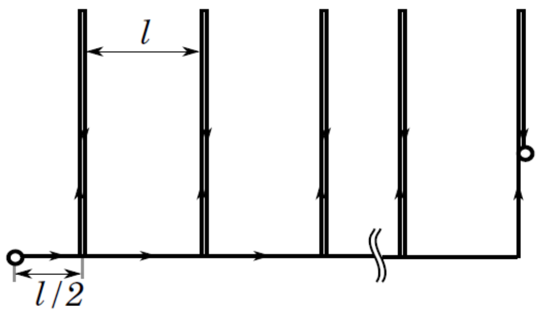


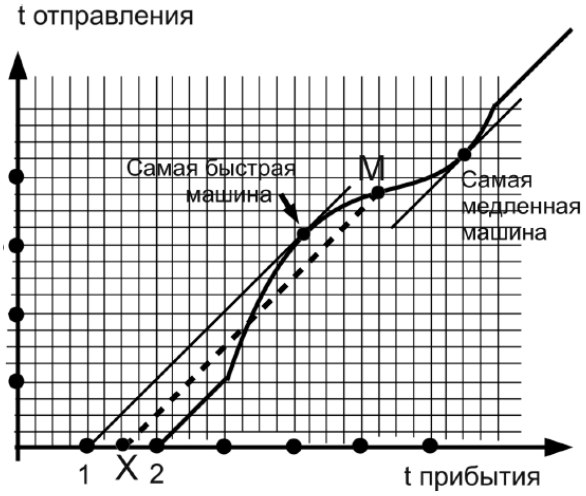

Рис. 2

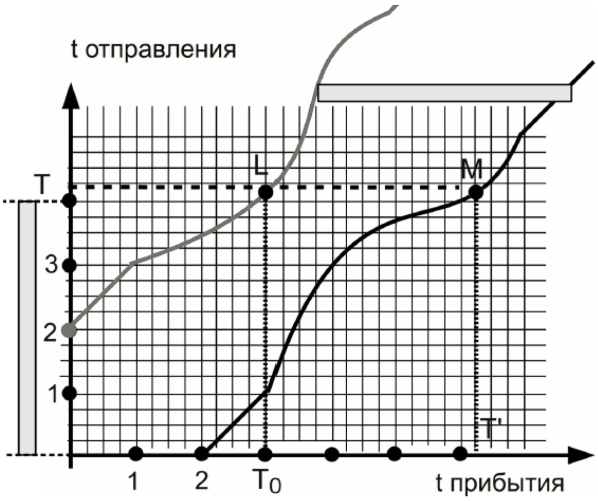
## Задача 2

Из графика легко понять, что первая машина, которой соответствует точка с координатами (2, 0) на графике, доехала до B за 2 часа. Если бы дорожная обстановка не менялась, оставаясь как для первой машины, график, построенный диспетчером представлял бы прямую, наклонённую под углом 45◦, выходящую из точки (2, 0). Действительно, выехав на час позже, приедешь на час позже (точка с координатами (3, 1)), выехав на два часа позже, приедешь на два часа позже (точка с координатами (4, 2)), и т.д. Поставив несколько таких точек на графике, несложно убедиться, что получается прямая, наклонённая под углом 45◦. Рссмотрим какую-нибудь точку M на графике (см. рис. 2). Ей соответствует какая-то дорожная обстановка. Проведём из этой точки линию, наклонённую под углом 45◦. Число, характеризующее точку X, где она пересечёт ось t прибытия, равно времени, которое машина затратила на дорогу. Действительно, проведённая нами линия была бы графиком, построенным диспетчером, если бы дорожная ситуация всегда соответствовала бы рассмотренной точке. При этом выехав в ноль часов машина пробыла бы в пути столько же, сколько машина из рассматриваемой точки графика, и ей бы как раз соответствовала точка X. Теперь понятно, что для нахождения самой быстрой машины нужно найти точку графика, касательная к которой проходит под углом 45◦. По графику определяем, что она стартовала между 3 часами и 3:15, ехала около часа. У самой медленной машины касательная также проходит под углом 45◦, и она определяется аналогично (см. рис. 2). Чтобы найти машину, которая доехала ровно за 1,5 часа, нужно взять точку с координатами (1.5, 0) и провести через нее прямую под углом 45◦. Там, где она пересечёт наш график, будут точки, соответствующие машинам, ехавшим ровно 1,5 часа. Таких машин ровно две, одна из них – как раз машина M, координаты второй точки несложно увидеть из графика. Осталось лишь посмотреть по рисунку, во сколько эти машины выехали. Чтобы ответить на последний вопрос задачи, построим на той же картинке график, в котором оси tотправления и tприбытия поменяны местами (см. серый график на рис. 3). Теперь, чтобы узнать время движения туда и обратно, мы должны взять время отправления на горизонтальной оси, оси прибытия – пусть например, это будет машина, которая стартовала в 3 часа (точка T0); воспользоваться серым графиком, чтобы определить время T прибытия в пункт B, затем провести горизонтальную линию к чёрному графику, чтобы найти время прибытия T′ обратно. Понятно, что время движения туда-обратно равно расстоянию по горизонтали между этими двумя графиками (отрезок TT0, равный отрезку LM). Значит, чтобы ответить на последний вопрос, следует отмерить отрезок правильной длины (чтобы он соответствовал времени 4 часа, мы изобразили его на

рис. 3 вертикальным серым прямоугольником слева), и прикладывать его между графиками при помощи горизонтально расположенной линейки, пока не найдутся точки, где расстояние между графиками правильное. Такая пара точек на графике есть (см. горизонтальный серый прямоугольник на рис. 3), им соответствует время выезда 3:45. Заметим, что построение серого графика удобно выполнить, воспользовавшись ножницами: можно вырезать бумажную фигуру по имеющемуся графику, а затем перевернуть её и приложить к бумаге, проведя по ней как по шаблону серый график.

Ответ: Самая быстрая машина стартовала примерно в 3:10, самая медленная – в 4:20. Ровно полтора часа ехали две машины: стартовавшие в 1:45 и в 3:45. Если выехать в 3:45, можно съездить туда и обратно ровно за 4 часа.




## Задача 3

Все фигуры имеют площадь $S_0 = 9s$. Масса каждой фигуры $M = 9m = 162$ г, а вес $Mg = 1.62$ Н. Уединённая плоская фигура, положенная на стол, давит на него с давлением $P_0 = mg/s = 1800$ Па.

Если положить друг на друга фигуры №1 и №2, площадь их соприкосновения составит $S_{12} = 5s$; для фигур №2 и №3 $S_{23} = 5s$; для фигур №1 и №3 $S_{13} = 3s$.

Вычислим все давления, когда фигуры сложили стопкой по порядку. На стол давит сила $3Mg$, площадь соприкосновения со столом $S_0$. Соответствующее давление

$$P_{01} = \frac{3Mg}{S_0} = \frac{27mg}{9s} = \frac{3mg}{s} = 3P_0 = 5400 \text{ Па}.$$

Давление между фигурами №1 и №2

$$P_{12} = \frac{2Mg}{S_{12}} = \frac{18mg}{5s} = \frac{18P_0}{5} = 6480 \text{ Па}.$$

Давление между фигурами №2 и №3

$$P_{23} = \frac{Mg}{S_{23}} = \frac{9mg}{5s} = \frac{9P_0}{5} = 3240 \text{ Па}.$$

Чтобы добиться максимального давления между фигурами, нужно, чтобы максимальная сила давила на минимальную площадь. Минимальная площадь между фигурами №1 и №3, значит, одна из них должна быть внизу, чтобы на эту площадь пришлась сила тяжести $3Mg$.

Рассмотрим случай, когда внизу фигура №1, а фигура №3 над ней. Тогда фигура №2 остаётся сверху.

Чтобы добиться минимального давления, нужно, чтобы минимальная сила давила на максимальную площадь. Но между между фигурами №1 и №2 и между фигурами №2 и №3 площадь одинакова (и является наибольшей), значит, чтобы реализовать минимальное давление, сверху должна быть пара фигуа №1 и №2 или пара фигур №2 и №3. Понятно, что рассматриваемый нами случай удовлетворяет этому условию.

Рассмотрим случай, когда внизу фигура №3, а фигура №1 над ней. Сверху осталась фигура №2, и это снова позволяет добиться минимально возможного давления в системе.

Ответ: $P_{01} = 5400$ Па, $P_{12} = 6480$ Па, $P_{23} = 3240$ Па.

Чтобы добиться в системе максимума и минимума давлений, нужно сложить фигуры либо в порядке 1-3-2, либо в порядка 3-1-2.

## Задача 4.

Так как одна веревка выдерживает вес пяти веревок, то можно подвесить 6 веревок, одну снизу другой. 7-ую веревку подвесить нельзя, т.к. она порвется, но верхнюю веревку можно заменить на две. Тогда нагрузка на каждую будет равна 3mg, где m – масса одной веревки – очевидно, они не порвутся. Введем обозначение для получившейся конструкции в виде:

!!+6!  Длина 7 Вес 8 Нагрузка на верхнюю веревку 3

Добавим сверху еще две веревки. Нагрузка будет 8/2 = 4 на каждую, можно добавить еще раз пару веревок и получится, и получится

3!!+6! Длина 9 Вес 12 Нагрузка на верхнюю веревку 5

Для дальнейшего удлинения придется использовать три веревки скрепленные параллельно

2!!!+3!!+6! Длина 11 Вес 18 Нагрузка на верхнюю веревку 5

Далее параллельно 4 веревки

!!!!+2!!!+3!!+6! Длина 12 Вес 22 Нагрузка на верхнюю веревку 4.5

5 веревок

V+!!!!+2!!!+3!!+6! Длина 13 Вес 27 Нагрузка на верхнюю веревку 4.4

6 веревок

V!+ V+!!!!+2!!!+3!!+6! Длина 14 Вес 33 Нагрузка на верхнюю веревку 27/6 = 4.5

7 веревок

V!!+V!+ V+!!!!+2!!!+3!!+6! Длина 15 Вес 40 Нагрузка на верхнюю веревку 33/7 = 4.7

8 веревок

V!!!+V!!+V!+ V+!!!!+2!!!+3!!+6! Длина 16 Вес 48 Нагрузка на верхнюю веревку 5

9 веревок не получится, т.к. нагрузка на каждую слишком велика (48/9 > 5)

X+ V!!!+V!!+V!+ V+!!!!+2!!!+3!!+6! Длина 17 Вес 58 Нагрузка на верхнюю веревку 4.8

11 веревок опять же не получится

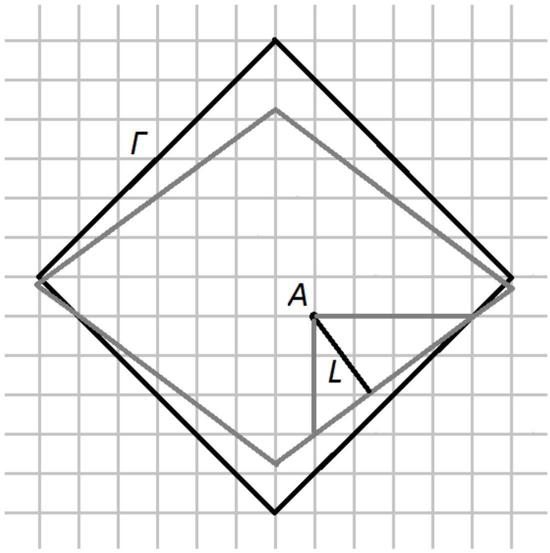
X!!+X+V!!!+V!!+V!+V+!!!!+2!!!+3!!+6! Длина 18 Вес 70 Нагрузка на верхнюю веревку 4.83

Дальше веревки кончаются. Ответ – длина 18. 4 веревки лишние.

# 2 этап.

Задача 5

Если мы сожмем исходную картинку в направлении север-юг на четверть, на такой картинке всё будет выглядеть проще: кривая, на которой находятся трактора будет всегда окружность, а величина скорости тракторов не будет зависеть от направления движения (будет одинаковой для всех направлений). Поэтому будем смотреть на всё именно в таком анизотропно сжатом виде. Для начала перерисуем так основной рисунок (для удобства будем его сжимать так, чтобы точка *A* осталась на своем месте). Выберем удобные точки, которые окажутся в узлах решетки (клеток) и до, и после преобразования, а потом проведем через них прямые. Получится такой рисунок (сетку мы оставим квадратной) и посмотрим, как преобразовалась граница (преобразованную здесь нарисуем серым):




Очевидно, на сжатой картинке быстрейшим способом достичь границы удастся двигаясь к ней по кратчайшей, то есть по перпендикуляру *L*.

Его длину можно измерить линейкой. Она окажется равной 2,4 клетки. Поскольку три клетки на этой картинке трактор проходит за 30 секунд, то на 2,4 клетки потребуется 24 секунды. Это ответ.

Как провести перпендикуляр? Проще всего, наверное, отсчитать 3 клетки от *A* вправо по горизонтали и 4 вниз, и провести прямую через эту точку. Или отложить вправо полторы клетки и две вниз.

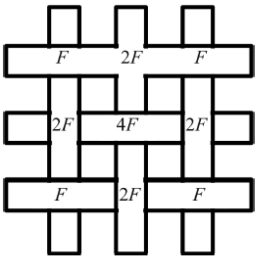
*) Поскольку геометрия тут довольно простая, можно просто вычислить длину *L*, а не измерять. Для этого, правда, надо воспользоваться, например, подобием треугольников. Мы видим, что прямоугольный треугольник, нарисованный серым, вершиной прямого угла которого является точка *A*, имеет катеты 3 и 4. Это «египетский треугольник», его гипотенуза 5. Треугольник, длинным катетом которого является *L*, подобен ему, значит, отношение его длинного катета к гипотенузе тоже 4/5.

А значит $L=4/5\cdot 3 = 12/5 = 2{,}4$.

Задача 6

Конструкция симметрична, поэтому во всех "угловых" местах соприкосновения полосок сила также равна $F$.

Рассмотрим полоску, находящуюся с краю, например, верхнюю на рисунке. Две боковые вертикальные полоски давят на неё перпендикулярно плоскости рисунка (вперёд из-за рисунка) с силой $F$ каждая. Так как рассматриваемая полоска находится в равновесии, средняя вертикальная полоска должна давить на неё с силой $2F$ назад за рисунок.




На центральную полоску (например, горизонтальную) боковые полоски действуют с силой $2F$ каждая (сила направлена за рисунок). Чтобы эта полоска находилась в равновесии, сила, деёствующая на центральную горизонтальную полоску должна быть направлена из-за рисунка и быть равна $4F$.

Ответ: См. рис. 1.

Задача 7.

Для определенности и простоты будем говорить, что нижняя риска расположена на одном уровне с глазом, а верхняя – на 10 мм выше. Поскольку свет распространяется по прямой, луч зрения тоже будет прямым. Луч зрения, проходящий через нижнюю риску, будет горизонтальным, а проходящий через верхнюю – будет графиком линейной функции, если по горизонтальной оси откладывать расстояние, а по вертикальной – какая длина линейки, поставленной на этом расстоянии, окажется между верхним и нижним лучом зрения. На расстоянии 1 м (длина трубки) от глаза высота будет 1 см, на 2 м – 2 см итд. То есть, расстояние до линейки в метрах равно количеству сантиметров этой линейки, оказавшихся для наблюдателя между рисками.

На рисунке справа между рисками видно 15 сантиметров (точнее сказать трудно). Это соответствует расстоянию в 15 метров.

За счет грубости делений погрешность можно оценить в половину деления, то есть 0,5 см на линейке, что соответствует 0,5 м расстояния на местности. За счет толщины нитей относительная погрешность будет оцениваться как 0,1мм/10мм, то есть 1/100. Это даст абсолютную погрешность еще в 15м/100 = 15см. Поскольку видно, что все деления фактически не сливаются (так на рисунке!), погрешность, связанную с угловым разрешением глаза можно для этого измерения не учитывать. Сложив абсолютные погрешности 0,5м и 15см, получаем 0,65м. Это оценка абсолютной погрешности данного измерения. Поделив ее на сам результат измерения, получим относительную погрешность: 0,65м/15м = 0,043, то есть 4,3%.

Теперь, поскольку нам неизвестно, как будут сливаться деления линейки на разных расстояниях, разберемся вообще, объекты какой величины будут видны глазу на разных расстояниях. Исходя из того, что нам дано угловое разрешение глаза, мы понимаем, что линейное разрешение пропорционально расстоянию. То есть для расстояния 100 м имеем линейное разрешение 5 см, а для расстояния 20 м – линейное разрешение 1 см.

Это означает, что маленькие (сантиметровые) деления линейки начнут сливаться для зрения начиная с расстояния 20м, а большие (5-сантиметровые) – будут сливаться начиная с расстояния 100 метров.

При измеренном расстоянии 10м мелкие деления очевидно хорошо видны, и погрешность из-за цены деления будет оцениваться в 0,5м, из-за толщины рисок в 10м/100 = 0,1м, всего 0,5м+0,1м = 0,6м (абсолютная). Относительнаа: 0,6/10 = 0,06, то есть 6%.

При 50м аналогично: абсолютная: 0,5м + 50м/100 = 1м (мелкие деления всё еще не сливаются). Относительная: 1м/50м = 0,02, то есть 2%.

При 150м мелкие деления глаз не способен разрешить. Значит, цена деления становится равной 5см, а абсолютная погрешность измерения расстояния оценивается в 5/2 = 2,5м. Из-за толщины рисок 150м/100 = 1,5м. Суммарная абсолютная погрешность 1,5+2,5=4м. Относительная погрешность: 4м/150м = 0,027, то есть 2,7%.