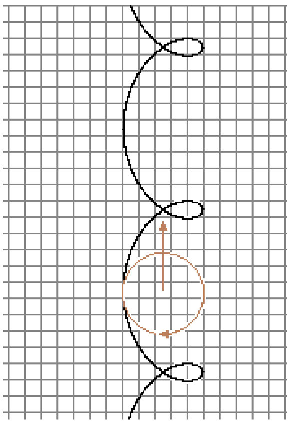
Городская олимпиада по физике 2015. 7 класс, 1 тур, решения.

Задача 1



Движение относительно земли складывается из равномерного движения по окружности (с периодом T = ½ часа) и равномерного прямолинейного движения центра этой окружности на север. Если ветер дует не на север, а на юг (такое тоже возможно, исходя из рисунка), то решение становится зеркальным.

Легко видеть, что диаметр окружности *D* точно совпадает с поперечным (с запада на восток) размером полосы, занимаемой траекторией, то есть $D = 5$*км.* После полного оборота траектория начинает повторять саму себя (со сдвигом вверх). Мы видим, что кривая на рисунке совпадает сама с собой при сдвиге вверх на 10 клеток, а это означает, что за время T центр окружности сдвигается на 10*км*. Значит скорость ветра равна $V_B = 10$*км*/T = 20*км/ч*. Такова же по величине скорость дирижабля «Норвегия» относительно земли.

Поймем теперь, какова скорость «Норвегии» относительно воздуха. Относительно воздуха всё выглядит так, как будто бы ветра не было. А значит в системе отсчета воздуха прямая траектории «Норвегии» пересекает окружность траектории «Киркла» по диаметру (проходя через ее центр и деля ее пополам). Это означает, что, поскольку дирижабли встретились два раза, то «Норвегия» прошла расстояние *D* за время T/2. Тогда можно найти ее скорость относительно воздуха:

V_{0N} = D / (T/2) = 5*км* / (¼ *ч*) = 20*км/ч* (направление не известно),

на рис.2 направление показано просто произвольным.

Итак, получилось, что по абсолютной величине скорости ветра V_B, «Норвегии» относительно воздуха V_{0N} и «Норвегии» относительно земли V_N – одинаковы (20*км/ч*).

Ясно, что если учитывать направления, то за час «Норвегия» относительно земли сметсится вместе с воздухом на 20*км* на север (отрезок *AB* на рис.3), но за это время сместится еще и относительно воздуха на отрезок *BC*, также имеющий длину 20*км*. Тогда в итоге относительно земли перемещение будет на отрезок *AC*. И он будет давать направление движения «Норвегии», которое надо было определить. Три отрезка очевидно составляют треугольник. И каждая сторона его 20*км*, то есть все стороны треугольника равны.

Известно, что все стороны могут быть равны только у треугольника, у которого равны и углы, т.е. у полностью симметричного равностороннего треугольника. Каждый угол такого треугольника равен $180^0/3 = 60^0$. Возможно два решения: вершина *C* может быть как слева, так и справа от отрезка *AB*.

Итак, если ветер южный (дует с юга на север, т.е. вверх по рисунку), то «Норвегия» будет двигаться относительно земли под углом 60^0 к линии север – юг, влево или вправо по рисунку. Если же ветер противоположный, северный (что тоже допускает рисунок траектории в условии), то, решение зеркально: то есть тоже 60^0 к линии север – юг, но вниз.

Разбалловка: скорость ветра - 0.5 балла, скорость Норвегии относительно воздуха – 1 балл, ответ – 1 балл (любой из вариантов), дополнительный перебор вариантов (всего 4) – 0.5 балла.

Задача 2

Движение рабочего можно разбить на несколько этапов.

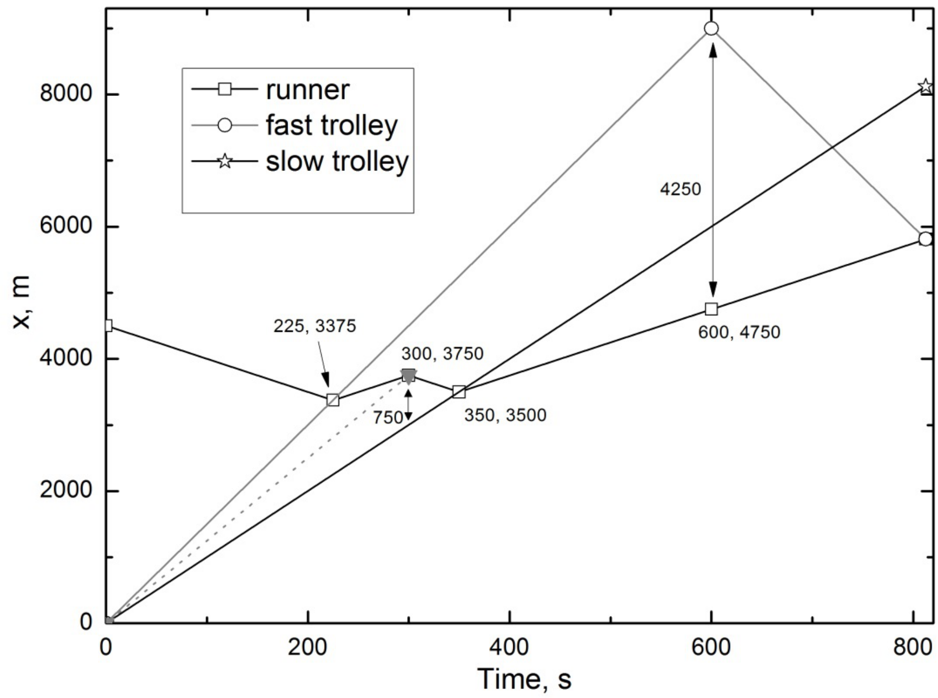
1 Расстояние от рабочего до быстрой тележки 4500 м, скорость сближения 20 м/с, время встречи через 225 сек. Первая встреча: (225 сек, 3375 м).

2 Далее рабочий двигается за быстрой тележкой, пока медленная тележка, не окажется ближе. Определить этот момент можно, по встрече с «серединой» между тележками. Скорость движения «середины» 12.5 м/с. В момент времени (225 сек) расстояние до «середины» 562.5 м, скорость сближения 7.5 м/с, время до встречи 75 сек. В момент времени (300 сек) рабочий меняет направление.

3 Расстояние до медленной тележки 750 м, скорость сближения 15 м/с, время до встречи 50 сек. Вторая встреча: (350 сек, 3500 м).

4 Далее рабочий меняет направление и движется до встречи с быстрой тележкой, которая уже доехала до второй станции и едет назад. Легко посчитать, что они встретятся в момент времени 812.5 сек после начала движения на расстоянии 5812.5 м от первой станции.

Разбалловка: 1 балл за каждую точку встречи.



Задача 3

В задаче удобно использовать единицу силы $F_0 = \rho g a^3$. Тогда можно отметить, что полный вес жидкости равен 16.5 F_0. Сила давления на нижнюю стенку равна 27 F_0. Сила давления на боковую стенку справа определяется давлением на середине ее высоты, т.е. 13.5 F_0 (школьник может это просто сформулировать без доказательства). Баланс сил действующих на воду по осям означает:

27 F_0 = 16.5 F_0 + F_Y, где $F_Y = 10.5\ \rho g a^3$ это вертикальная сила, действующая на левую стенку,

13.5 F_0 = F_X, где $F_X = 13.5\ \rho g a^3$ это горизонтальная сила, действующая на левую стенку.

Разбалловка: 1 балл – идея баланса сил, 1.5 балла – расчет веса, и силы давления на нижнюю и боковую стенку (по 0.5 балла за правильный результат), 0.5 балла за ответ.

Альтернативный вариант: посчитать силу, действующую на каждый сегмент левой стенки, с помощью формулы pS. При этом надо учитывать, что давление необходимо брать на середине высоты стенки, а в качестве площади наклонного сегмента стенки взять ее проекции на X и Y, равные $3a^2$. Если рассматривать сегменты левой стенки по отдельности сверху вниз, то X, Y компоненты сил, действующих на сегменты будут равны: (1.5 F_0,0), (4.5 F_0, 4.5 F_0) (0, 6 F_0) (7.5 F_0, 0).

Разбалловка: 0.5 балла за каждый из 4х сегментов и 1 балл за правильный итоговый ответ.

Задача 4

Сначала определим длину каждой из частей жгута в растянутом виде. Это можно сделать без составления системы уравнений. Действительно, к каждой из частей жгута будет подвешен груз массой 10 кг. Это значит ,что сила натяжения каждой из частей будет равна 100 Н. А это значит, что их суммарное растяжение будет таким же, как если бы к целому жгуту подвесить груз массой 10 кг, то есть $\Delta l = F/k = 2$ м. Таким образом суммарная длина трех частей жгута с подвешенными грузами будет равняться 7 м. Если длина самого короткого отрезка жгута в растянутом состоянии равна х, то можно записать:

$x + (x$+1м) + $(x$+2м) = 7 м , откуда следует, что $x = 4/3$ м. (1 балл)

Осталось определить начальную (нерастянутую) длину кусков жгута. Для этого отметим, что относительное удлинение жгута (отношение конечной и начальной длины) зависит только от нагрузки и не зависит от начальной длины жгута. Действительно: представим, что начальная длина жгута увеличилась в два раза. Это можно рассматривать как два одинаковых жгута присоедененных последовательно. Если подвесить к ним груз, то сила растяжения каждого из жгутов будет одинаково и, следовательно, удлиннение жгута двойной длины также удвоится. Таким образом, относительное удлинение останется неизменным. То же можно сказать и в случае произвольного увеличения длины жгута. (1 балл)

Все три жгута находятся под одинаковой нагрузкой, и их относительное удлиннение одинаково и равно суммарному относительному удлиннению $(l+ \Delta l)/l = 1.4$. Таким образом, каждый жгут растянут в 7/5 раза, относительно своей начальной длины. Начальные длины отрезков жгута были равны:

(5/7)*(4/3) = 20/21 метра, (5/7)*(7/3) = 5/3 метра и (5/7)*(10/3) = 50/21 метра. (1 балл)

Возможны альтернативные решения. В любом случае, необходимы соображения, что жесткость отрезка жгута зависит от его длины (1 балл). Если записана правильная замкнутая система уравнений из которой можно получить ответ, это еще 1 балл. Последний балл ставится за правильный ответ.

Задача 5

Отметим следующее:

1 Движение легкого таракана бывает двух типов: прямолинейное движение, когда тяжелый и легкий таракан движутся вдоль рамки, и дуга окружности, когда тяжелый таракан проходит через угол рамки и рамка поворачивается (это окружность, т.к. поворот происходит быстро и расстояние от легкого таракана до тяжелого не успевает измениться).

2 В случае поворота, его угол равен 90^o, т.е. траектория легкого таракана представляет собой ¼ полной окружности. Рамка с легким тараканом поворачивается по часовой стрелке.

3 Траектория легкого таракана представляет собой дуги окружностей и отрезки прямых, направление при движении по прямой меняется, когда легкий таракан проходит через угол рамки. Скорость движения лекого таракана относительно земли определяется из соотношения **V** = **VL** – **VH**, где **VL** – скорость движения легкого таракана относительно рамки (зависит от положения таракана на рамке в данный момент), **VH** – скорость тяжелого таракана относительно рамки, она всегда постоянна и направленна как и в начальный момент времени (на рисунке - наверх).

4 Пусть время обхода легким тараканом рамки равно T. Тогда полный период движения равен 2T, т.е. через время 2T траектория замыкается. Отметим также, что тяжелый таракан пересекается с малым в моменты времени 2/3 T, 4/3 T, если считать начальный момент времени нулевым. В моменты времени 2/3 T, 4/3 T легкий таракан проходит через начальную точку относительно земли.

5 Таким образом движении легкого таракана можно разбить на следующие этапы (см. рисунок). Жирной стрелкой показана длина стороны квадрата. Слева от траектории показано положение тараканов и рамки после каждого поворота (точки 4, 7, 10).

1-2 [0, T/4] отрезок; 2-3 [T/4, T/2] отрезок; 3-4 [T/2] дуга окружности; 4-5 [T/2, 3/4 T] отрезок; 5-6 [3/4 T, T] отрезок; 6-7 [T] дуга окружности; 7-8 [T, 5/4 T] отрезок; 8-9 [5/4 T, 3/2 T] отрезок; 9-10 [3/2 T] дуга окружности, 10-11 [3/2T, 7/4T] отрезок, 11-12 [7/4T, 2T] отрезок. Точка 12 совпадает с точкой 1.

Разбалловка. 1 балл за понимание, что траектория состоит из отрезков и дуг окружностей. 0.5 балла за умение правильно строить отрезки (правильно построено хотя бы 2 отрезка), 0.5 балла за умение строить дугу окружности (правильно построена хотя бы одна), 1 балл за правильный ответ. Если первые два балла получены и для правильного ответа немного не хватает – можно чуть-чуть подсказать, где ошибка у школьника.

Задача 6

Пусть, в первом сосуде объемы жидкостей равны V, а объемы жидкостей во втором сосуде равны V1 и V2. Тогда можно отметить, что $(\rho_1+\rho_2)\,V = \rho_1 V_1 + \rho_2 V_2$, исходя из условий равновесия. Также отметим, что $\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2$, т.к. массы жидкостей во втором сосуде равны. Из этих уравнений можно вывести, что

$V_1 = (\rho_1+\rho_2)V / (2\rho_1)$; $V_2 = (\rho_1 + \rho_2)\,V / (2\,\rho_2)$.

Т.к. нас интересует отношение X полного объема первой жидкости к полному объему второй, можно записать:

$$X = (V+V_1)/(V+V_2) = \frac{\rho_2}{\rho_1}\,\frac{3\rho_1+\rho_2}{\rho_1+3\rho_2}$$

Разбалловка: за правильную запись двух основных уравнений по 1 баллу, ответ: 1 балл.

Задача 7

Определим площадь сосуда: заметим, что после излома на графике вода находится сверху шариков и полностью заполняет все сечение. Поплавок при этом находится сверху воды. Добавка 400 см3 воды приводит к повышению ее уровня на 2 см, т.е. площадь дна сосуда равна 200 см3. (1 балл)

Излом происходит в момент, когда уровень воды достигает верха шариков, т.е. уровня 10 см. Полный объем под уровнем воды в сосуде в этом момент равен 2000 см^3, из них 600 см^3 занимает вода, 1400 см^3 занимают шарики. (1 балл)

Объем занимаемый материалом шариков 1400 см^3, их масса 2100 грамм. Плотность материала шариков 1.5 г/см^3. (1 балл)

Рисунок к задаче 5