Решения задач городского тура 2013 г. 8 класс.

8 класс. Задача 1

Данных в задаче достаточно для того, чтобы найти объёмы всех деталей, после чего написать уравнение теплового баланса и получить ответ. Однако, этого можно и не делать, увидев определённые закономерности в условии задачи.

Обозначим массу первой детальки за m. Заметим: каждая следующая деталька имеет объём ровно в восемь раз меньший, чем предыдущая. Следовательно, масса соседних деталек также отличается в 8 раз, в частности, масса второй детальки равняется $m/8$. Разобьём теперь детальки на пары: 1я со 2й, 3я с 4й, 5я с 6й. В каждой паре большая деталька имеет температуру $T_1 = -50^oC$, а меньшая - $T_2 = -15^oC$, а массы их отличаются в восемь раз. Следовательно, установившаяся температура будет одна и та же в каждой такой паре, и будет равняться установившейся температуре всей скульптуры.

Выразим указанную температуру, что и будет ответом задачи:

$$T = \frac{m \cdot (-50) + 1/8m \cdot (-15)}{9/8 \cdot m} \approx -46^oC.$$

Здесь мы сразу сократили множитель удельной теплоёмкости льда в уравнении теплового баланса, т.к. он встречается в каждом слагаемом.

Ответ: Установившаяся температура Васиной скульптуры будет равняться -46^oC.

8 класс. Задача 2

Приведём два способа решения этой задачи.

Первый способ. В любой точке бассейна на одинаковой глубине давление одинаково, т.к. система находится в равновесии. Определим давление на глубине $h = 2$ м. Возьмём мысленно сечение бассейна горизонтальной плоскостью на глубине $h = 2$ м. Площадь сечения бассейна равняется $S = l \cdot d = 75$ м^2, суммарная масса детей и воды, находящейся выше плоскости сечения, равняется $M = 50 \cdot 50 + \rho \cdot S \cdot 2 = 152{,}5$ т. Тогда искомое давление равняется

$$P_{2m} = \frac{M \cdot g}{S} = \frac{1525 \cdot 10^3}{75} \approx 20{,}33 \text{ кПа}$$

Тогда давление на любую точку горизонтальной части дна равняется $P_{2m} = 20{,}33$ кПа, в наклонной части к нему добавляется давление столба жидкости от глубины 2 метра и до глубины дна.

$x < 10$м$, P = P_{2m} = 20{,}33$ кПа;

$x \geq 10$м$, P = P_{2m} + 0{,}2 \cdot (x - 10)\rho \cdot g = 20{,}33 + 2 \cdot (x - 10)$ кПа.

Второй способ.

Вспомним мысленный эксперимент, доказывающий закон Архимеда. Рассмотрим тело, плавающее в равновесии на поверхности воды. Если убрать тело, и вместо вытесненного им объёма долить такой же объём воды, то система вновь окажется в равновесии.* Отсюда следует, что сила со стороны жидкости на плавающее тело равняется силе тяжести вытесненной жидкости. Более того, замена плавающего тела на соответствующий объём жидкости никак не изменит механические характеристики жидкости. А значит, добавление в бассейн 50 детей средней массой 50 кг эквивалентно доливанию в бассейн 2.5 т воды, что увеличит уровень воды на $h = 2500/\rho \cdot S = 2{,}5/75 \approx 0{,}033$ м. В такой системе давление в любой точке можно определить, пользуясь формулой для давления столба жидкости, и вновь мы получаем ответ:

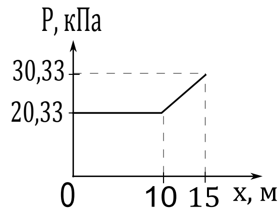

Рис. 11.

$x < 10$м$, P = 2{,}033 \cdot \rho \cdot g = 20{,}33$ кПа;

$x \geq 10$м$, P = 20{,}33$ кПа $+ 0{,}2 \cdot (x - 10)\rho \cdot g = 20{,}33 + 2 \cdot (x - 10)$ кПа.

* Более подробно см. Манида С.Н., "Лекции для школьников":
http://www.phys.spbu.ru/library/schoollectures/manida.html

Ответ: см. рис. 11.

8 класс. Задача 3

См. решение задачи 5 седьмого класса.

8 класс. Задача 4

См. решение задачи 4 седьмого класса.

8 класс. Задача 5

Определим сначала температуру получающейся при реакции фиолетовой жидкости. Теплоёмкость фиолетовой жидкости равняется среднему арифметическому теплоёмкостей синей и жёлтой жидкостей, а значит, с точки зрения теплового баланса её можно рассматривать просто как смесь синей и жёлтой жидкостей. Кроме того, в результате реакции равных объёмов V синей и жёлтой жидкостей выделяется QV теплоты. Запишем уравнение:

$$T_v = \frac{VC_1T_1 + VC_2T_2 + QV}{V(C_1 + C_2)} = \frac{2,4 \cdot 40 + 1,3 \cdot 20 + 200}{3,7} \approx 87\ ^oC$$

Можно отметить, что эта температура никак не зависит от реагировавших объёмов жидкостей.

Исходящий из смесителя поток равен сумме входящих потоков; температура его постоянна. Это означает, что нам достаточно рассмотреть систему в какой-нибудь отрезок времени τ, и, написав уравнение теплового баланса для этого отрезка, определить температуру исходящего потока. Можно считать, что теплота, выделяющаяся в результате реакции, идёт на нагрев фиолетовой жидкости, и только после этого фиолетовая жидкость приходит в термодинамическое равновесие с излишком синей или жёлтой жидкости. Это упрощение корректно, т.к. суммарная теплота системы (кроме выделения при химической реакции) сохраняется, и итоговые характеристики системы не зависят от того, как именно система приходила в равновесие.

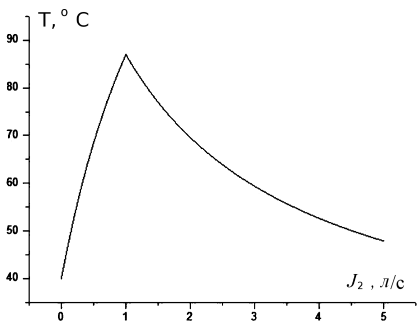

Рис. 12.

Естественно разделить график на две части: $J_2 \le J_1$ и $J_2 > J_1$

В первом случае:

$$T_3 = \frac{2J_2\tau((C_1+C_2)/2)\cdot T_v + (J_1-J_2)\tau C_1 \cdot T_1}{2J_2\tau((C_1+C_2)/2) + (J_1-J_2)\tau C_1},$$

а во втором

$$T_3 = \frac{2J_1\tau((C_1+C_2)/2)\cdot T_v + (J_2-J_1)\tau C_2 \cdot T_2}{2J_1\tau((C_1+C_2)/2) + (J_2-J_1)\tau C_2}$$

Получив зависимость в явном виде, можно по точкам построить искомый график. Отдельно можно отметить следующие свойства графика:

- Максимальная температура достигается при $J_1 = J_2 = 1$ л/с, и равняется 87 ^oC
- При $J_2 \to 0$ температура стремится к $T_1 = 40\ ^oC$
- При $J_2 \to \infty$ температура стремится к $T_2 = 20\ ^oC$.

Ответ: см. рис. 12

8 класс. Задача 6

Распишем силы, действующие на блок и груз в состоянии равновесия. Это силы тяжести блока и груза со стороны Земли (действуют вниз), силы Архимеда блока и груза (действуют вверх), и сила со стороны нити, равняющаяся удвоенному натяжению нити (действует вверх). Сумма этих сил должна равняться нулю, т.к. система находится в равновесии.

$$m_1g + m_2g - \rho v_1 g - \rho v_2 g - 2T = 0 \tag{8}$$

$$T = \frac{m_1g + m_2g - \rho v_1 g - \rho v_2 g}{2} = \frac{250+1700-100-150}{2} = 850\ \text{Н} \tag{9}$$

Мы нашли силу натяжения нити. Отметим, что её значение никак не зависит от того, как именно расположены поршни, и получено лишь при условии равновесия системы. Смещение поршней можно узнать из условия равенства давлений на одинаковом уровне. На левый поршень сила натяжения нити будет создавать дополнительное давление, равное $P_1 = T/S_1 \approx 1{,}2$ кПа, а на правый - $P_2 = T/S_2 \approx 4{,}25$ кПа. Разность между этими давлениями и будет уравновешиваться давлением столба жидкости:

$$P_2 - P_1 = \rho g h, \text{ откуда } h = \frac{P_2-P_1}{\rho g} \approx 30\ \text{см} \tag{10}$$

Для нахождения высот поршней относительно дна резервуара осталось лишь учесть сохранение объёма жидкости, и получить ответ. Обозначив опускание правого поршня за h_2, а поднятие левого за h_1, можем записать: $h_1 + h_2 = h$. И тогда

$$h_2S_2 = h_1S_1, \text{ заменяя } h_2 \text{ на } h - h_1$$

$$hS_2 = h_1(S_1+S_2) \Rightarrow h_1 = \frac{hS_2}{S_1+S_2} \approx 6\frac{2}{3}\ \text{см}$$

Ответ: левый поршень теперь находится на высоте $H + h_1 = 306\frac{2}{3}$ см, правый - на высоте $H - h_2 = 276\frac{2}{3}$ см.

8 класс. Задача 7

См. решение задачи 7 седьмого класса.