10 КЛАСС

1. Каждому набору $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ (где $x_i \in \{0,1\}$) функция $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ ставит в соответствие либо 0, либо 1. Условимся значения 0 и 1 называть *противоположными*. Известно, что если в произвольном наборе $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ изменить значение x_1 или x_5 на противоположное, то и соответствующее значение функции $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ изменится на противоположное. Последовательность $x_1, x_2, \dots$ получена по правилу: $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = 1$, $x_{k+5} = f(x_k, x_{k+1}, x_{k+2}, x_{k+3}, x_{k+4})$, $k = 1,2, \dots$ Найдите x_{14}, если известны первые 13 членов этой последовательности: 1111101001100.

2. Для зашифрования слова из пяти букв каждая его буква заменяется на число

А	Б	В	Г	Д	ЕЁ	Ж	З	И	Й	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31

согласно таблице. Полученный набор чисел $(x_0, x_1, x_2, x_3, x_4)$ затем преобразуется в набор $(y_0, y_1, y_2, y_3, y_4)$ по следующему правилу. Сначала вычисляют вспомогательные числа $\overline{y_0}, \overline{y_1}, \overline{y_2}, \overline{y_3}, \overline{y_4}$ по формулам

$$\overline{y_0} = 2^0 \cdot x_0 + 2^4 \cdot x_1 + 2^3 \cdot x_2 + 2^2 \cdot x_3 + 2^1 \cdot x_4,$$

$$\overline{y_k} = (2^k \cdot x_0 + 2^{k-1} \cdot x_1 + \dots + 2^0 \cdot x_k) + (2^4 \cdot x_{k+1} + 2^3 \cdot x_{k+2} + \dots + 2^{k+1} \cdot x_4),\ k = 1,2,3.$$

$$\overline{y_4} = 2^4 \cdot x_0 + 2^3 \cdot x_1 + 2^2 \cdot x_2 + 2^1 \cdot x_3 + 2^0 \cdot x_4.$$

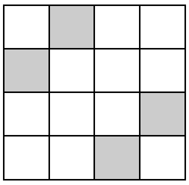
А затем полагают y_k равным остатку от деления числа $\overline{y_k}$ на 32. Расшифруйте исходное слово, если $(y_0, y_1, y_2, y_3, y_4) = (18,18,27,0,0)$ и запишите его буквами в ВЕРХНЕМ регистре , то есть если у Вас получился ответ: **олимпиада**, то его следует записать, как **ОЛИМПИАДА**.

3. В каждую клетку доски 4×4 Аня положила по нескольку зерен и передала доску Боре (см. рис.). *Трансверсалью* доски называется набор из 4 клеток, любые две из которых расположены в разных строках и разных столбцах (см. примеры). Боря за один ход может снять одинаковое количество зерен с каждой клетки какой-либо одной трансверсали. За какое минимальное число ходов Боря может снять все зерна с доски?

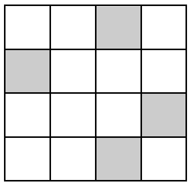
Доска с зернами

5	4	4	2
1	2	8	4
4	5	2	4
5	4	1	5

Пример (серые клетки образуют трансверсаль)



Пример (серые клетки **не** образуют трансверсаль)

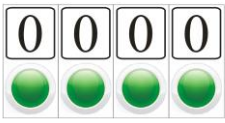


4. Для зашифрования слова каждая его буква заменяется на двухзначное число

А	Б	В	Г	Д	Е,Ё	Ж	З	И,Й	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ы	Ь,Ъ	Э	Ю	Я
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

согласно таблице. Затем выбираются секретные ключи K_1, K_2 – натуральные числа от 1 до 9. С их помощью каждое двузначное число преобразуется так. Пусть A – первая цифра двузначного числа, B – его вторая цифра. Двухзначное число (A, B) преобразуется в число (A_1, B_1) по формулам $A_1 = B$, $B_1 = r_{10}(A + K_1 \cdot B)$. Здесь $r_{10}(x)$ – остаток от деления числа x на 10. Затем число (A_1, B_1) преобразуется в число (A_2, B_2) по аналогичным формулам, но только вместо ключа K_1 используется ключ K_2. Далее каждое исходное двузначное число (A, B) было заменено числом (A_2, B_2). В результате получилось вот что: **76 29 52 38 24 05 76 81 66 29**. Восстановите исходное слово и запишите его буквами в ВЕРХНЕМ регистре, то есть если у Вас получился ответ: **олимпиада** , то его следует записать, как **ОЛИМПИАДА**.

5. При входе в личный кабинет на терминале требуется ввести четырехзначный пароль из 0 и 1. Для этого на терминале имеются 4 кнопки и 4 окошка. При нажатии на кнопку в ей соответствующем окошке текущий символ заменяется на противоположный (то есть если в окошке сейчас горит цифра 1, то после нажатия на кнопку там будет 0, и наоборот). Сейчас во всех окошках выставлен 0. Какое наименьшее количество нажатий кнопок потребуется, чтобы перебрать все возможные варианты пароля?



6. Натуралист решил исследовать популяцию кувшинок на озере. Он каждый день записывал количество кувшинок в течение 100 дней и обнаружил следующую закономерность. Каждый день число кувшинок увеличивалось на $2n + 1$ кувшинку по сравнению с предыдущим днем, где n - это номер дня наблюдения. Сколько находилось кувшинок на озере на 100 день наблюдения, если известно, что в первый день на озере была только четыре кувшинки?