

9 КЛАСС

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ

1. Каждому набору  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$  (где  $x_i \in \{0,1\}$ ) функция  $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$  ставит в соответствие либо 0, либо 1. Условимся значения 0 и 1 называть *противоположными*. Известно, что если в произвольном наборе  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$  изменить значение  $x_1$  или  $x_5$  на противоположное, то и соответствующее значение функции  $f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$  изменится на противоположное. Последовательность  $x_1, x_2, \dots$  получена по правилу:

$$x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = 0, \\ x_{k+5} = f(x_k, x_{k+1}, x_{k+2}, x_{k+3}, x_{k+4}), \quad k = 1, 2, \dots$$

Найдите  $x_{14}$ , если известны первые 13 членов этой последовательности: 0000010110011. Ответ обоснуйте.

2. Для зашифрования слова из пяти букв каждая его буква заменяется на число согласно

А	Б	В	Г	Д	Е	Ё	Ж	З	И	Й	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	

таблице. Полученный набор чисел  $(x_0, x_1, x_2, x_3, x_4)$  затем преобразуется в набор  $(y_0, y_1, y_2, y_3, y_4)$  по следующему правилу. Сначала вычисляют вспомогательные числа  $\bar{y}_0, \bar{y}_1, \bar{y}_2, \bar{y}_3, \bar{y}_4$  по формулам

$$\bar{y}_0 = 2^0 \cdot x_0 + 2^4 \cdot x_1 + 2^3 \cdot x_2 + 2^2 \cdot x_3 + 2^1 \cdot x_4, \\ \bar{y}_k = (2^k \cdot x_0 + 2^{k-1} \cdot x_1 + \dots + 2^0 \cdot x_k) + (2^4 \cdot x_{k+1} + 2^3 \cdot x_{k+2} + \dots + 2^{k+1} \cdot x_4), \quad k = 1, 2, 3, \\ \bar{y}_4 = 2^4 \cdot x_0 + 2^3 \cdot x_1 + 2^2 \cdot x_2 + 2^1 \cdot x_3 + 2^0 \cdot x_4.$$

А затем полагают  $y_k$  равным остатку от деления числа  $\bar{y}_k$  на 32. Расшифруйте исходное слово, если  $(y_0, y_1, y_2, y_3, y_4) = (11, 27, 2, 16, 0)$ .

3. В каждую клетку доски  $4 \times 4$  Аня положила по несколько зерен и передала доску Боре (см. рис.). *Трансверсалью* доски называется набор из 4 клеток, любые две из которых расположены в разных строках и разных столбцах (см. примеры). Боря за один ход может снять одинаковое количество зерен с каждой клетки какой-либо одной трансверсали. За какое минимальное число ходов Боря может снять все зерна с доски?

Доска с зёрнами

1	7	2	5
4	5	4	2
2	1	5	7
8	2	4	1

Пример (серые клетки образуют

трансверсаль)


Пример (серые клетки **не**

образуют трансверсаль)


4. Ваня покрасил  $n$  точек числовой прямой с координатами  $a_1 = 1, a_2 = a_1 + 2 = 3, \dots, a_n = a_{n-1} + n$  в белый цвет, а остальные точки из отрезка  $[a_1, a_n]$  с целыми координатами – в синий. Какое максимальное количество отрезков разной длины, один из концов которого белый, а другой – синий, он сможет построить?

5. Для зашифрования слова каждая его буква заменяется на двухзначное число согласно

А	Б	В	Г	Д	Е,Ё	Ж	З	И,Й	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь,Ъ	Э	Ю	Я
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	

таблице. Затем выбираются секретные ключи  $K_1, K_2$  – натуральные числа от 1 до 9. С их помощью каждое двухзначное число преобразуется так. Пусть  $A$  – первая цифра двухзначного числа,  $B$  – его вторая цифра. Двухзначное число  $(A, B)$  преобразуется в число  $(A_1, B_1)$  по формулам  $A_1 = B, B_1 = r_{10}(A + K_1 \cdot B)$ . Здесь  $r_{10}(x)$  – остаток от деления числа  $x$  на 10. Затем число  $(A_1, B_1)$  преобразуется в число  $(A_2, B_2)$  по аналогичным формулам, но только вместо ключа  $K_1$  используется ключ  $K_2$ . Далее каждое исходное двухзначное число  $(A, B)$

было заменено числом  $(A_2, B_2)$ . В результате получилось вот что: **59 28 77**  
**64 95 64 90 41 64**. Восстановите исходное слово.



6. При входе в личный кабинет на терминале требуется ввести четырехзначный пароль из 0 и 1. Для этого на терминале имеются 4 кнопки и 4 окошка. При нажатии на кнопку в ей соответствующем окошке текущий символ заменяется на противоположный (то есть если в окошке сейчас горит цифра 1, то после нажатия на кнопку там будет 0, и наоборот). Сейчас во всех окошках выставлена 1. Какое наименьшее количество нажатий кнопок потребуется, чтобы перебрать все возможные варианты пароля?