11 КЛАСС

**1.** Шифр заключается в том, что каждая буква алфавита заменяется на другую букву. При этом разные буквы заменяются разными. С помощью этого шифра была зашифрована фраза, позволяющую запомнить расположение планет солнечной системы (здесь Плутон считается планетой):

ЕЭ МЛПКГПИЕЛЦ ЗНМПКН, ЕБЫ АЖЭЫ ЛВФПЖИР, Ф ЖБМБЫ ВСНЖГПЭ.

Расшифруйте слово РКИВПБЩКНХИЦ (ответ запишите буквами в ВЕРХНЕМ регистре).

**2.** Даты рождения учеников хранились на сервере школы. Для каждого ученика его дата рождения была представлена числом $t$, которое вычислялось по формуле $t=31(m-1)+(d-1)$, где $m$ – номер месяца, $d$ – порядковый день месяца. (Например, если $t=65$, то $m=3$ и $d=4$, то есть этот ученик родился 4-го марта.) Затем было решено сведения о датах рождения зашифровать. Вместо числа $t$ на сервере теперь хранится число $x$ такое, что число $a^x$ при делении на 373 дает остаток $t$, где $a$ – секретное (но одинаковое для всех учеников) натуральное число. Известно, что Мария родилась 6-го октября, Александр – 31-го января. Известно также, что число $a^{372}$ при делении на 373 дает остаток 1. Найдите дату рождения Павла (ответ запишите в формате DD.MM, где DD – день, а MM – месяц).

| **Ученик** | $x$ |
|---|---|
| Мария | 31 |
| Александр | 12 |
| Павел | 220 |

**3.** Для зашифрования сообщения на русском языке, знаки препинания в котором опущены, а слова отделены друг от друга знаком пробела (-), используется двухблочный шифратор. Первый блок шифратора заменяет буквы сообщения и пробелы (-) на числа в соответствии с таблицей, построенной на основе ключевого слова. Сначала записывается ключевое слово, потом знак пробела (-), потом остальной алфавит в естественном порядке за исключением букв, входящих в ключевое слово (при этом считается, что Е=Ё). Например, если ключевое слово *привет*, то первый блок будет осуществлять замену в соответствии со следующей таблицей:

| П | Р | И | В | Е | Т | - | А | Б | Г | Д | Ж | З | Й | К | Л | М | Н | О | С | У | Ф | Х | Ц | Ч | Ш | Щ | Ъ | Ы | Ь | Э | Ю | Я |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 |

Второй блок получает на входе числа из первого блока и осуществляет усложнение шифрованного сообщения по следующему правилу. Первое число он оставляет без изменений, а к каждому следующему прибавляет число, равное произведению числа 33 и остатка от деления на три предыдущего числа. Слово *тайное* на предложенном ключе будет зашифровано в сообщение 5 73 46 50 84 4 (см. таблицу). Этим шифратором на другом ключе было зашифровано следующее сообщение:

| Текст | Т | А | Й | Н | О | Е |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1й блок | 5 | 7 | 13 | 17 | 18 | 4 |
| Остаток | 2 | 1 | 1 | 2 | 0 | 1 |
| 2й блок | 5 | 73 | 46 | 50 | 84 | 4 |

16 50 67 40 53 87 4 38 84 7 46 45 2 67 53 87 17 84 7 58 54 18 7 34 53 71 79 40 36 29 87 6 7 65 82 55 40 43 36 22
42 18 16 55 40 54 18 7 52 51 19 37 43 34 59 72 7 35 73 50 67 34 40 53 70 49

Известно, что в сообщении встречается слово *стало*. Найдите ключевое слово (ответ запишите буквами в ВЕРХНЕМ регистре).

**4.** Про составленный из цифр 14-значный пароль $(a_1, \ldots, a_{14})$ известно следующее: 1) сумма первых 5 цифр $a_1+a_2+\cdots+a_5$ делится на 5, 2) сумма первых 10 цифр $a_1+\cdots+a_{10}$ делится на 10 и 3) сумма всех цифр пароля $a_1+\cdots+a_{14}$ делится на 20. Сколько таких паролей?

**5.** Для безопасной передачи по сети на мобильный телефон секретного ключа (СК), представляющего собой набор из 3-х цифр $p_1p_2p_3$, этот ключ предварительно зашифровывается следующим образом. Формируется четырехзначное число $m=1p_1p_2p_3$, и вычисляется зашифрованный ключ (ЗК) $c$ по формуле $c=r_n(m^3)$, где $r_n(z)$ – остаток от деления числа $z$ на $n$. Это значение $c$ и пересылается по сети. При получении числа $c$ на телефоне подсчитывается число $M=r_n(c^d)$. Причем натуральное число $d$ выбрано так, что для любого натурального числа $z$ выполняется равенство $r_n(z^{3d})=r_n(z)$. Если найденное $M$ не является четырехзначным числом, первая цифра в котором 1, телефон выдаёт сообщение об ошибке.

Злоумышленник перехватил ЗК $c = 16481$ и предпринял попытку передачи на телефон новых чисел вида $r_n(s \cdot c)$. При $s = 100^3$ была получена ошибка, а при $s = 89^3$ и $s = 1728$ ошибки не возникло. Определите СК, если $n = 20803$

**6.** Кузнечик находится в точке О на некоторой прямой. По этой прямой он может прыгать вправо или влево, но только на расстояние, равное 1260, 2016, 2688 или 4200 миллиметров. На каком наименьшем расстоянии (отличном от 0) от точки О он может оказаться за конечное число прыжков?