

11 КЛАСС

- Абоненты А, В и С используют следующую схему разделения секрета: общий секретный ключ – коэффициенты $(a; b; c)$, $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Каждый абонент знает координаты ровно одной точки, принадлежащей параболе $y = ax^2 + bx + c$. Абонент А – точку $(-5, 20)$, абонент В – $(2, -1)$. Абоненты А и В вступили в сговор и решили восстановить общий секретный ключ. Причём им известно, что абсцисса вершины параболы – наименьшее по модулю ненулевое целое число при заданных точках абонентов А и В. Найдите секретный ключ. В ответе запишите число, равное $a + b + c$.
- Пароль от кодового замка – три первых члена положительной геометрической прогрессии, которые являются решением уравнения ниже. Причем эти числа – минимальные из возможных. В ответе запишите эти три числа подряд без пробелов. (Например, если искомые числа 2, 4, 8, то ответ 248).

$$\cos \frac{\pi x}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

- Для проверки корректности номера пластиковой карты, представляющего собой набор из 16 цифр $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{15}, x_{16})$, вычисляются контрольные суммы А, В и С:

$$A = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_6 + x_7 + x_8 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16},$$

$$B = x_1 + x_3 + x_4 + 3x_5 + x_6 + x_7 + 7x_9 + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{15}, \quad C = x_1 + x_2 + x_4 + 7x_5 + x_8 + 3x_9 + x_{10} + x_{14} + x_{16}.$$

Если все три суммы А, В и С делятся нацело на 10, то номер признаётся корректным. Каких корректных номеров больше и насколько (укажите в ответе это число): у которых первые 4 цифры 0 0 0 0 или тех, у которых последние 4 цифры 0 0 0 0?

- Треугольником Паскаля называют бесконечную треугольную таблицу чисел, у которой на вершине и по бокам стоят единицы, а каждое число внутри равно сумме двух стоящих над ним чисел. Так, например, третья строка треугольника (1,2,1) содержит два нечетных числа и одно четное. Сколько четных чисел содержится в строке с номером 1024?

				1					
				1		1			
			1	2		1			
		1	3	3		1			
	1	4	6	4		1			
1	5	10	10	5		1			
1	6	15	20	15		6		1	
			...						

- Рассмотрим множество всех точек плоскости, координаты которых имеют вид $(m + 2n, 3m - n)$, где m, n – целые числа. Докажите, что на прямой, проходящей через любые две точки указанного множества, лежит сторона некоторого квадрата, все четыре вершины которого принадлежат этому множеству. Укажите в ответе минимальную площадь такого квадрата.
- Число городов в Криптоландии равно 4^4 . В качестве названий города имеют различные цифровые комбинации вида (a, b, c, d) , где a, b, c и d – целые числа из множества $\{0, 1, 2, 3\}$. Два города, названия которых отличаются одной цифрой, называются *соседними*. Например, города (3201) и (3001) соседние, а (1111) и (3311) – нет. У каждого города есть флаг определенного цвета, причем флаги соседних городов всегда имеют несовпадающие цвета. Власти объявили конкурс на создание системы флагов для городов, имеющей наименьшее возможное число различных цветов. Укажите в ответе это наименьшее число.