

Условия и ответы на задачи заключительного этапа 2013-14 учебный год

Задача 1

На соревнованиях беговых роботов было представлено некоторое количество механизмов. Роботов выпускали на одну и ту же дистанцию попарно. В протоколе фиксировались разности времен финиша победителя и побежденного в каждом из забегов. Все они оказались разными: 1 сек., 2 сек., 3 сек., 4 сек., 5 сек., 6 сек. Известно, что в ходе бегов каждый робот соревновался с каждым ровно один раз, и что каждый робот всегда бегал с одной и той же скоростью. Определите число представленных на бегах механизмов, а также время прохождения дистанции каждым из них, если лучшее время прохождения дистанции было равно 30 секундам.

Ответ: 30, 32, 35, 36 или 30, 31, 34, 36.

Задача 2

В таблицу, состоящую из n строк и m столбцов, записали числа (не обязательно целые) так, что сумма элементов в каждой строке равна 408, а сумма элементов в каждом столбце равна 340. После чего к таблице приписали k столбцов, сумма элементов в каждом из которых равна 476, и столбец, сумма элементов в котором равна 272. Получили таблицу, в которой сумма элементов в каждой строке равна 544. Найдите числа n , m и k , при которых выражение $2n - 3m + 6k$ принимает *наименьшее возможное натуральное* значение. При найденных параметрах n , m и k приведите пример указанной таблицы.

Ответ: 4 при $n = 65$, $m = 78$, $k = 18$.

Задача 3

Винтик и Шпунтик используют следующую систему шифрования. Исходный текст, записанный без пробелов, разбивается последовательно на

части по 10 букв. В каждой части буквы нумеруются слева направо от 1 до 10 и затем переставляются по правилу, которое задаётся таблицей 1.

То есть, первая буква каждой части ставится на 7 место, вторая – на 9 место и т.д.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
7	9	8	1	3	2	4	10	6	5

Однажды Винтик собрался отправить

сообщение Шпунтику. Он его зашифровал, а потом, для пущей надёжности, зашифровал полученный текст еще раз. Подумал, и зашифровал его еще 333 раза. В результате Шпунтик получил вот такое сообщение: «сьтуемнсеяиклеонкасо». Помогите Шпунтику его прочитать.

Ответ: У МЕНЯ ЕСТЬ СЕНОКОСИЛКА.

Задача 4

Функции $f_0(x), f_1(x), \dots, f_6(x)$ с областью определения $\{0,1,2,3\}$ и областью значений $\{0,1,2,3\}$ заданы таблицами (табл.2). Табл.

x	$f_0(x)$	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$	$f_5(x)$	$f_6(x)$
0	0	3	2	1	0	0	0
1	1	0	3	3	2	2	1
2	2	1	0	2	1	3	3
3	3	2	1	0	3	1	2

(а) для функции $f(x)$, заданной равенствами $f(0) = 3, f(1) = 1, f(2) = 2, f(3) = 0$ подберите различные числа $a, b, c \in \{0,1, \dots, 6\}$ такие, чтобы соотношение

$$f(x) = f_c(f_b(f_a(x))) \quad (1)$$

выполнялось для всех $x = 0,1,2,3$;

(б) докажите, что для любой функции $f(x)$ с областью определения $\{0,1,2,3\}$ и областью значений $\{0,1,2,3\}$, переводящей разные элементы в разные, найдутся числа $a, b, c \in \{0,1, \dots, 6\}$ (не обязательно различные) при которых выполнено равенство (1).

Ответ: (а) $a = 3, b = 5, c = 6$.

Задача 5

Для шифрования сообщения из 13 букв на русском языке проделали следующие действия: 1) преобразовали последовательно буквы сообщения с помощью таблицы (рис.1) в цепочку чисел x_1, x_2, \dots, x_{13} ; 2) выбрали (секретное) натуральное

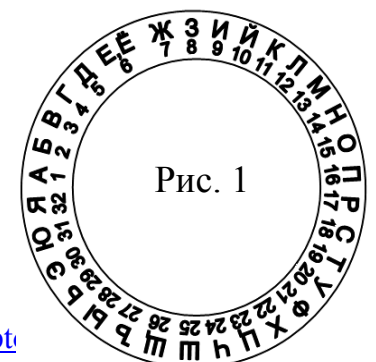


Рис. 1

число k_1 и дописали сумму $x_{14} = x_1 + x_2 + \dots + x_{13} + k_1$ к цепочке справа; 3) в расширенной цепочке $x_1, x_2, \dots, x_{13}, x_{14}$ числа x_i заменили числами y_i по формулам: $y_i = 2x_i + x_{i+1} + (-1)^{\frac{i+1}{2}} k_1$, если i нечетное и $y_i = x_{i-1} + x_i + (-1)^{\frac{i}{2}} k_2$, если i четное, где k_2 еще одно (секретное) натуральное число; 4) каждое y_i заменили его остатком от деления на 32. В результате получили вот что: **20, 31, 12, 11, 6, 9, 5, 9, 14, 27, 9, 10, 11, 16**. Найдите исходное сообщение.

Ответ: ЗОНД ПРИЗЕМЛЕН.

Задача 6

Для хранения пароля, записанного в 32-х буквенном алфавите, каждая его буква представляется порядковым номером - парой цифр (т.е. А - 01, Б - 02 и т.д. как на рис.1). Получается последовательность цифр y_1, y_2, y_3, \dots . Одновременно по правилу $x_{i+1} = r_{10}(ax_i + b)$, $i \in \mathbb{N}$, вырабатывается последовательность десятичных цифр (x_i) , минимальный период которой равен 10, где $r_{10}(x)$ – остаток от деления x на 10, a и b – натуральные числа. После чего по правилу $c_i = r_{10}(x_i + y_i)$ вычисляется последовательность (c_i) , которая и сохраняется в памяти компьютера. Вася выбрал для пароля очень короткое слово, поэтому при вводе был вынужден повторить его дважды. Помогите ему восстановить забытый пароль, если сохраненная последовательность (c_i) имеет вид: **3 5 8 4 3 8 8 2 7 9 2 8 7 2 2 6**.

Критерии определения призёров и победителей заключительного этапа 2013-14 учебный год

Каждая задача очного этапа олимпиады оценивалась по 4-х балльной системе (от 0 до 3-х баллов). Полностью решённая задача оценивалась в 3 балла.

-1 место - не менее 5 полностью решённых задач;

-2 место - не менее 4 полностью решённых задач или не менее 14 баллов;

-3 место - не менее 3 полностью решённых задач или не менее 10 баллов.