

10 классы**Условия задач отборочного этапа 2013-14 учебный год****Задача 1.**

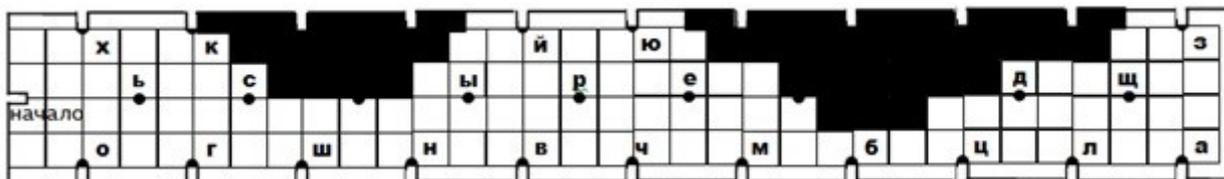
Подписью числа $x \in \mathbb{N}$ назовем число, равное остатку от деления x^d на 5177, где $d \in \mathbb{N}$ - некоторое фиксированное число. Известно, что подписью числа 12 является число 3588 и подписью числа 16 – число 2174. Найдите подпись числа 2304.

Ответ: 5154.

Задача 2.

При раскопках стоянки первобытных хакеров были обнаружены приспособления, предположительно использовавшиеся для шифрования

паролей: частично поврежденная фигурная линейка (см. рис. 1) и катушка с белой нитью, на которую нанесены одинаковые черные метки. Расстояния между последовательно идущими метками измерены в единицах деления найденной линейки и равны: 81; 11.5; 36; 144; 78.5; 6.5. В ответе укажите пароль, зашифрованный хакерами, написав его строчными буквами. Например Вы получили слово Москва, тогда в ответе следует написать: москва



Ответ: дамаск.

Задача 3.

Для связи абонентов A и B по каналу передаются последовательности, состоящие из нулей и единиц. Для каждой четырех символов последовательности a_1, a_2, a_3, a_4 , вычисляют *проверочную* последовательность b_1, b_2, b_3 по формулам:

$$b_1 = r_2(a_1 + a_2 + a_4), b_2 = r_2(a_2 + a_3 + a_4), b_3 = r_2(a_1 + a_3 + a_4).$$

где $r_2(x)$ – остаток от деления числа x на 2. В канале связи могут возникать помехи, приводящие к ошибкам при передаче: “0” может быть принят как “1”, а “1” как “0”. Абонент A по каналу передает набор $(b_1 b_2 b_3 a_1 a_2 a_3 a_4)$. Абонент B по полученному набору определяет, возникли ли ошибки, и если так, то их исправляет, и затем находит искомую последовательность. Известно, что абонент B получил набор (0110100). Считая, что в нем произошло не более одной ошибки, найдите $a_1 a_2 a_3 a_4$. В ответе указать последовательность $a_1 a_2 a_3 a_4$ без пробелов, например: 0000

Ответ: 1100.

Задача 4.

Пусть $a_{i,j}$ – число, стоящее в строке с номером i и столбце с номером j квадратной таблице A (см. рис. 1). По таблице A построена таблица B , в строке с номером i и столбце с номером j которой стоит выражение $x^{2^{a_{i,j}}}$. Набор из десяти клеток таблицы будем называть «правильным», если в нем присутствуют ровно по одной клетке из каждого столбца и каждой строки. Вычисляются произведения элементов, входящих в

правильные наборы. Результатом являются выражения вида x^n . Такое n будем называть степенью правильного набора. Найдите число правильных наборов степени 1023.

0	1	2	3	0	0	0	0	0	0
1	0	3	2	0	0	0	0	0	0
2	3	0	1	0	0	0	0	0	0
3	2	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	4	5	6	0	0	0
0	0	0	0	5	6	4	0	0	0
0	0	0	0	6	4	5	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	8	9	7
0	0	0	0	0	0	0	9	7	8

Рис. 1

Ответ:72.

Задача 5.

При установке соединения между компьютерами А и В используется следующий вариант т.н. «процедуры рукопожатия»: 1) А выбирает натуральное число x , не большее 5250, и пересылает В значение функции $F(x)$, а затем В пересылает А число $F(x+1)$; 2) теперь В выбирает натуральное число y , не большее 5250, и пересылает А число $F(y)$, а А пересылает в ответ $F(y+1)$. При этом, $F(x) = r_{5251}(x^3)$, где $r_{5251}(t)$ - остаток от деления целого числа t на число 5251. Найдите сумму чисел x и y , если в сети последовательно наблюдались числа: 427, 443, 1841 и 1854. Замечание: известно, что в компьютерах А и В реализована процедура, решающая уравнение $r_{5251}(x^3) = a$, где x – неизвестное целое число, $0 \leq x \leq 5250$, и число 5251 выбрано так, что это уравнение имеет единственное решение.

Ответ:441.

Задача 6.

Известно, что двадцатизначное число $A = 2013x2013x2013x2013x$ делится нацело на 121. Найдите сумму всех возможных значений цифры x .

Ответ: 0.