11 классы

Условия задач отборочного этапа 2012-13 учебный год

Задача 1.

Милла и Стелла разговаривают по телефону и хотят выбрать секретное число так, чтобы оно осталось неизвестным постороннему, возможно подслушивающему разговор. Для этого Милла подбирает натуральное число $a \le 256$ такое, что числа $r_{257}(a^i)$ – различны при всех $1 \le i \le 256$ и $r_{257}(a^{256})=1$, где $r_{257}(t)$ – остаток от деления числа t на 257. Затем Милла загадывает натуральное число $x \le 256$, а Стелла – натуральное число $y \le 256$ После этого Милла сообщает числа a и $r_{257}(a^x)$ Стелле, а Стелла ей – число $r_{257}(a^y)$. Теперь они обе вычисляют их секретное число $r_{257}(a^{xy+1})$. Найдите его, если известно, что a=5, $r_{257}(a^x)$ =16, $r_{257}(a^y)$=248. В ответе укажите секретное число.

Ответ:252.

Задача 2.

Каждое из чисел x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6 принимает значение либо 0, либо 1. Известно, что числа $x_1x_4+x_5x_6+x_4x_5$, $x_1x_4x_5+x_2x_3+x_1$, $x_3x_5+x_1+x_2$, $x_1x_4x_5+x_1x_3+x_5x_6$, $x_1x_4+x_3x_5+x_6$ чётны, а число $x_1x_3+x_1x_4+x_1$ – нечётно. Найдите единственный вариант для x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6.В ответе укажите этот вариант в виде последовательности нулей и единиц, например: 000011

Ответ: 101110.

Задача 3.

Для шифрования SMS-сообщений использовался следующий способ. Выбиралось секретное осмысленное трёхбуквенное слово. Каждый пробел в сообщении заменялся очередной буквой секретного слова: первый – на первую, второй – на вторую, третий – на третью, четвёртый – снова на первую и т.д. Затем полученная цепочка букв набиралась на клавиатуре с использованием интеллектуального ввода (по типу Т9). При этом при вводе каждой буквы осуществлялось лишь однократное нажатие соответствующей клавиши (см. рис. 1), а программа интеллектуального ввода выбирала слово из словаря по следующему принципу: 1-я буква слова выбиралась с 1-й нажатой клавиши, 2-я – со второй и т.д. Полученные таким образом осмысленные слова разделялись запятыми и передавались. Найдите исходное сообщение, соответствующее написанному на экране (рис. 1). В ответе укажите последнее слово фразы, написав его строчными буквами, например Вы получили фразу:"холодными зимними вечерами", тогда в ответе надо указать: вечерами

Рис. 1

Ответ: океане.

Задача 4.

Перед записью в память сервера пароли пользователей системы преобразуются. Сначала обрабатывается 1-я и 2-я буква пароля, затем 2-я и 3-я и т.д. Пара букв представляется набором, состоящим из двенадцати битов $x_1,\ldots,x_{12}$, первые шесть из которых соответствуют первой букве, а вторые шесть – второй согласно табл. 1. Биты получившегося набора подаются на четыре одинаковых логических элемента (рис. 1).

Таблица 1

А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ы	Ь	Э	Ю	Я
1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1
0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

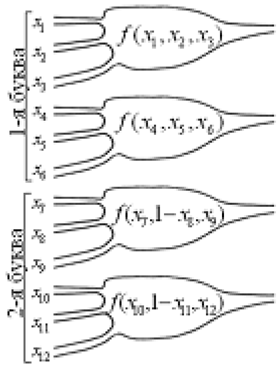

Рис. 1

На вход каждого их них поступает три бита, а на выходе формируется значение $f(y_1,y_2,y_3)$ равное 1, если среди битов y_1,y_2,y_3 больше единиц, чем нулей, иначе формируется значение 0. В память сервера для каждой пары букв записывают четыре бита: ($f(x_1,x_2,x_3)$, $f(x_4,x_5,x_6)$, $f(x_7,1-x_8,x_9)$, $f(x_{10},1-x_{11},x_{12})$). Определите осмысленный пароль, если в памяти компьютера он хранится в следующем сжатом виде:(0,1,0,0), (0,1,1,1), (0,0,1,0), (1,1,0,0), (1,1,1,0), (1,1,0,0), (1,0,1,0), (1,1,0,1), (0,0,1,0). В ответе напишите пароль строчными буквами,не изменяя его число и падеж.

Ответ: экспонента.

Задача 5.

Пусть $a_1, a_2, a_3, \ldots$ и $b_1, b_2, b_3, \ldots$ числовые последовательности периодов 36 и 988 соответственно. Найдите период последовательности $a_1, b_1, a_2, b_2, a_3, b_3, \ldots$. (Периодом последовательности $x_1, x_2, x_3, \ldots$ называется наименьшее натуральное число T, такое, что для всех натуральных n верно равенство $x_{n+T} = x_n$).

Ответ:17784.

Задача 6.

В таблицу, состоящую из 3-х строк и 4-х столбцов, записаны числа от 1, 2, …11, 12. После этого вычислена сумма чисел в каждом из столбцов и сумма чисел в каждой из строк. Какое наибольшее количество равных чисел могло оказаться среди этих семи сумм? Выберите ответ:

Ответ:5.