

10 классы

Условия задач отборочного этапа 2012-13 учебный год

Задача 1.

Милла и Стелла разговаривают по телефону и хотят выбрать секретное число так, чтобы оно осталось неизвестным постороннему, возможно подслушивающему разговор. Для этого Милла подбирает натуральное число $a \leq 256$ такое, что числа $r_{257}(a^i)$ – различны при всех $1 \leq i \leq 256$ и $r_{257}(a^{256}) = 1$, где $r_{257}(t)$ – остаток от деления числа t на 257. Затем Милла загадывает натуральное число $x \leq 256$, а Стелла – натуральное число $y \leq$

www.v-olymp.ru

www.cryptolymp.ru

256 После этого Милла сообщает числа a и $r_{257}(a^x)$ Стелле, а Стелла ей – число $r_{257}(a^y)$. Теперь они обе вычисляют их секретное число $r_{257}(a^{xy})$. Найдите его, если известно, что $a = 6$, $r_{257}(a^x) = 4$, $r_{257}(a^y) = 251$. В ответе укажите секретное число.

Ответ:4.

Задача 2.

Для шифрования SMS-сообщений использовался следующий способ. Первоначально каждый пробел в исходном сообщении заменялся некоторым трёхбуквенным словом. Затем полученная цепочка букв набиралась на клавиатуре с использованием интеллектуального ввода (по типу T9). При этом при вводе каждой буквы осуществлялось лишь однократное нажатие соответствующей клавиши (рис.1), а программа интеллектуального ввода выбирала слово из словаря по следующему принципу: 1-я буква слова выбиралась с 1-й нажатой клавиши, 2-я – со второй и т.д. Полученные таким образом осмысленные слова разделялись запятыми и передавались. Найдите исходное сообщение, соответствующее написанному на экране (рис.1). В ответе напишите строчными буквами последнее слово фразы, например Вы получили фразу: "холодными зимними вечерами", тогда в ответе надо указать: вечерами

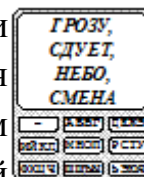


Рис. 1

Ответ: городов

Задача 3.

Для шифрования передаваемых сообщений Катя и Юра используют следующий способ. Юра заранее выбрал набор коэффициентов $(4, 6, 13, 25)$, натуральное число u и сообщил их Кате. Для шифрования сообщения (x_1, x_2, x_3, x_4) , состоящего из нулей и единиц, Катя вычисляет сумму $S = 4x_1 + 6x_2 + 13x_3 + 25x_4$, а затем находит остаток S' от деления произведения Su на 49 и отправляет S' Юре. Помогите Юре расшифровать сообщение $S' = 47$, то есть найти соответствующую ему строку (x_1, x_2, x_3, x_4) , если известно, что остаток от деления числа $13u$ на 49 равен 1. В ответе укажите последовательность из нулей и единиц, например: 0111

Ответ:1110.

Задача 4.

Каждое из чисел $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ принимает значение либо 0, либо 1. Известно, что числа $x_1x_6 + x_2x_5 + x_3x_4$, $x_2x_5x_6 + x_3x_4 + x_2$, $x_4x_6 + x_2 + x_3$, $x_2x_5x_6 + x_2x_4 + x_1x_6$, x_2x_5

$+x_4x_6 + x_1$ чётны, а число $x_2x_4 + x_2x_5 + x_2$ – нечётно. Найдите единственный вариант для $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$. В ответе укажите этот вариант в виде последовательности нулей и единиц, например: 000011

Ответ: 010111.

Задача 5.

Между 10 городами планируется провести единую газовую сеть таким образом, чтобы любые два города были соединены некоторым путем (проходящим возможно через другие города). При этом стоимости возможной прокладки газопровода между двумя городами указаны на рисунке 1. Какова наименьшая стоимость создания такой сети? В ответе укажите эту стоимость, например: 128

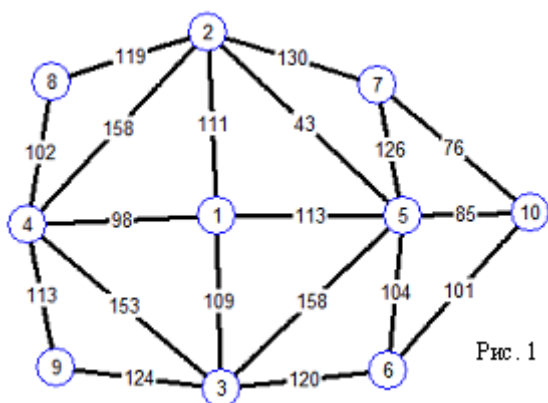


Рис. 1

Ответ: 838.

Задача 6.

Известно, что три числа a_1, a_2, a_3 были получены следующим образом. Сначала выбрали натуральное число A и нашли числа $A_1 = [A]_{16}$, $A_2 = [A/2]_{16}$, $A_3 = [A/4]_{16}$, где $[X]_{16}$ – остаток от деления целой части числа X на 16 (например, $[53/2]_{16} = 10$). Затем было выбрано целое число B такое, что $0 \leq B \leq 15$. Числа A_1, A_2, A_3 и B записывают в двоичной системе счисления, т.е. представляют каждое из них в виде цепочки из 0 и 1 длины 4, приписывая слева необходимое число нулей. Такие цепочки условимся складывать посимвольно «в столбик» без переносов в следующий разряд согласно правилу: $1 + 1 = 0 + 0 = 0$ и $0 + 1 = 1 + 0 = 0$, а саму операцию посимвольного сложения обозначим символом \diamond . Например, $3 \diamond 14 = (0011) \diamond (1110) = (1101) = 13$. Положим $a_1 = A_1 \diamond B$, $a_2 = A_2 \diamond B$, $a_3 = A_3 \diamond B$. Найдите сумму всех возможных значений числа a_3 , если известно, что $a_1 = 2$, $a_2 = 9$. Выберите правильный ответ:

Ответ:16.

**Условия и ответы на задачи заключительного этапа 2012-13
учебный год**

Задача 1.

Известно, что десятизначное число $A = 2013x2013y$ делится нацело на 121. Найдите все возможные пары цифр (x, y) . Решение обоснуйте.

Ответ: (0,0).

Задача 2.

При передаче сообщения по факсу, произошел сбой. В результате на листе было напечатано (изображение увеличено)



Восстановите текст (ответ обоснуйте). Известно, что исходный шрифт выглядел так

А Б В Г Д Е Ё Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я.

Цвета	
1	х
2	.
3	&
4	:
5	*
6	>
7	<
8	s
9	=
0	ж