



XX

МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ И КРИПТОГРАФИИ

8-9 КЛАСС
ВАРИАНТ 1

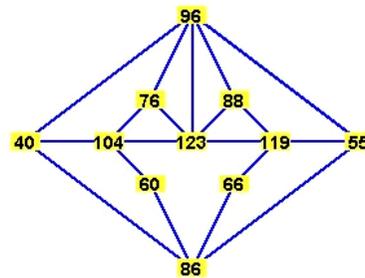
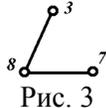
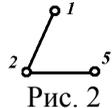
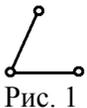
1. В таблице приведена переписка двух абонентов (Godzilla и Фунтика) в чате.

Дата/время	Отправитель	Сообщение
10:11 28.11.2010	Godzilla	Привет. Как дела? Пришли пароль для почты.
10:14 28.11.2010	Фунтик	И усцрмс шюуьсэ ц Яспар-Дюрюмгштмт пс вцю пвовчж. Дсмычэ: Гцмтщпвжи.
10:21 28.11.2010	Godzilla	Когда доберешься до Питера, позвони.

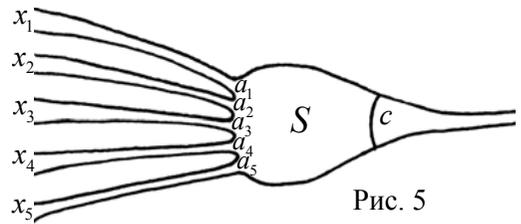
Фунтик отвечает Godzilla и для конспирации каждую букву заменяет на другую (причем разные буквы заменяются разными, а одинаковые – одинаковыми). Восстановите зашифрованное сообщение и пароль.

2. В концах диаметра окружности стоят числа 1 и 4, разбивающие окружность на две дуги. Совершим по окружности 5 оборотов по часовой стрелке, приняв за начало обхода один из концов диаметра. После прохождения каждой имеющейся на данный момент дуги делим её пополам и в середине записываем число $\frac{3x+y}{2}$, где x и y – числа, стоящие на концах пройденной дуги, взятые в порядке направления обхода. Найдите сумму всех записанных чисел после 5 оборотов.

3. Для зашифрования натурального числа m используется граф, представляющий собой множество вершин, некоторые из которых соединены друг с другом прямой линией. Вершины графа, соединенные друг с другом, называют соседними. Зашифрование состоит в следующем. В вершины графа записываются натуральные числа так, чтобы их сумма была равна m . Затем к числу в каждой вершине прибавляются числа в соседних вершинах. В результате получается граф, в котором «зашифровано» число m . Пример: для зашифрования числа 8 будем использовать граф на рис. 1. В его вершины поместим числа, сумма которых равна 8 (рис. 2). Затем к каждому числу прибавим числа в соседних вершинах. Результат зашифрования указан на рис. 3. На рис. 4 приведен результат зашифрования некоторого числа. Найдите его.



4. Для прохода в учреждение необходимо предъявить пятизначную комбинацию, состоящую из нулей и единиц. Устройство распознавания представляет собой упрощенную модель нейрона – клетки головного мозга (см. рис. 5). Пятизначная комбинация x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 по пяти каналам поступает в клетку, где её компоненты умножаются на фиксированные целые числа a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 , и вычисляется сумма $S = a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_4x_4 + a_5x_5$. Проход в учреждение открывается, только если $S \geq c$, где c – некоторое фиксированное целое число.



В табл. 1 представлены те комбинации, при предъявлении которых проход открывается, а в табл. 2 – для которых проход закрыт. Найдите ещё одну комбинацию, открывающую проход в учреждение.

Таблица 1

1,0,1,1,0	1,1,0,1,0	1,1,1,1,1
-----------	-----------	-----------

Таблица 2

1,0,1,0,0	0,0,1,1,0	1,1,0,1,1	1,0,1,1,1
-----------	-----------	-----------	-----------

5. На клавиатуре мобильного телефона одной кнопке сопоставлено по несколько букв: кнопке 2 соответствуют буквы ABC, 3 – DEF, 4 – GHI, 5 – JKL, 6 – MNO, 7 – PQRS, 8 – TUV, 9 – WXYZ. Выбор нужной буквы определяется числом нажатий на кнопку. Например, нажав на 4 один раз, получим букву G, а два нажатия на 4 дадут или букву H (если нажимать быстро) или две буквы G (если нажимать с паузой). Известно, что при наборе пароля из 10 букв были нажаты последовательно кнопки 222488777779. Определите число возможных вариантов паролей.

6. Для открытия подземелья в волшебной стране надо правильно назвать три целых числа a, b, c , служащих коэффициентами квадратичной функции $f(x) = ax^2 + bx + c$. Значения функции для четырех значений аргумента были переданы представителям четырех рас: троллям значение $f(1)$, эльфам – $f(4)$, гномам – $f(5)$, оркам – $f(8)$. Когда представители рас встретились, чтобы совместно найти a, b, c и открыть подземелье, один из представителей, чтобы сорвать мероприятие, предъявил неверное значение. Выясните, кто это был, если известно, что тролли предъявили число 173, эльфы – 137, гномы – 131, орки – 117.