



# Х I X

## МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ И КРИПТОГРАФИИ

8-9 КЛАСС  
ВАРИАНТ 1

- Подсчитайте, сколько всего существует натуральных чисел, которые не превосходят число 961 и не имеют с ним общих делителей, отличных от 1.
- Дан треугольник  $\triangle ABC$ , в котором  $AB = 99$ ,  $AC = 71$ ,  $\angle BAC = 67^\circ$ . Только с помощью циркуля и линейки построить треугольник  $\triangle DEF$  со сторонами  $DE=101$ ,  $EF=73$  и углом между ними  $\angle DEF = 51^\circ$ .
- Для передачи сообщения на русском языке Крокодил Гена и Чебурашка предпринимают следующие действия. Каждый из них выбирает свою последовательность, состоящую из целых чисел в пределах от 0 до 32 с количеством чисел, равным длине сообщения. Буквы сообщения заменяются числами согласно таблице 1. Сначала Гена шифрует сообщение, используя свою последовательность: числовое значение первой буквы сообщения и первое число его последовательности складываются, а полученная сумма заменяется остатком от деления на 33 и переводится обратно в буквенный вид согласно таблице 1. Затем эта процедура повторяется для вторых, третьих и т.д. чисел сообщения и последовательности. Полученный результат: **ЙТНЙНЁЧЖЭЗЧХФГДЖИОВЯФ** передаётся Чебурашке. Затем Чебурашка шифрует это зашифрованное сообщение с помощью своей последовательности и передает Гене: **ЧДЁТЬБЯФИМТЬФЦЕЮЬЙТОЙМРК**. Гена отнимает от числовых значений букв полученного сообщения числа своей последовательности (к отрицательной разнице прибавляется число 33) и передает результат Чебурашке: **ЯЦЕМЗСАШИЩНЭШНАУЪШЛРШТ**. Какое сообщение зашифровал Крокодил Гена?

- Для зашифрования фразы был взят кубик Рубика с нанесенными на гранях русскими буквами. Развертка кубика показана на рисунке 1. Затем грани последовательно повернули по часовой стрелке на  $90^\circ$  определенное число раз: грань 1 – шесть раз; грань 2 – три раза; грань 3 – один раз; грань 4 – четыре; грань 5 – два и, наконец, грань 6 – пять раз. Затем каждая буква фразы отыскивалась на грани кубика и заменялась на букву этой же грани, которая следует за ней по часовой стрелке (так, например, для рисунка 1 буква **А** перейдет в букву **Б**, буква **П** в **С**). Буквы, находящиеся в центре грани, не заменялись. Получилось: **ОЕХДМАПРМКПДОПИМ**. Прочтите исходное сообщение.

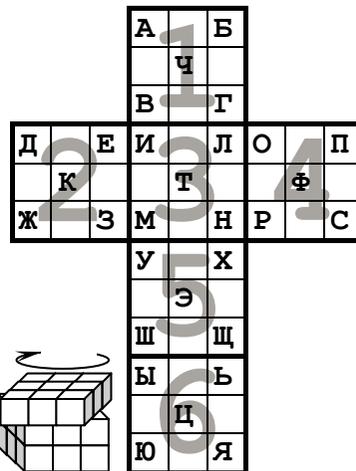


Рисунок 1

- Для доступа к общему почтовому ящику в Интернете Катя и Юра пользуются паролем **ВЕСНА**. Катя решает сменить этот пароль на новый (осмысленное слово русского языка из пяти букв). Новый пароль передается по сети Юре в зашифрованном виде. Зашифрование осуществляется так: первые буквы нового и старого пароля заменяются числами согласно таблице 1, затем эти числа складываются, а полученная сумма заменяется остатком от деления на 33. Таким

Таблица 1

А	Б	В	Г	Д	Е	Ё	Ж	З	И	Й	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	0

- же образом затем поступают со вторыми буквами паролей, затем с третьими и т.д. После процедуры расшифрования Юра получил нечитаемый пароль из английских букв: **AFHPL**. Оказалось, что программа расшифрования Юры была настроена на работу с английским алфавитом. При этом перед расшифрованием программа приводила числовые значения поступившего зашифрованного пароля и старого пароля к остаткам от деления на 26, а расшифрование заключалось в нахождении их разностей (к отрицательной разнице прибавлялось число 26), которые приводились к буквенному виду согласно таблице 2.

Таблица 2

А	В	С	Д	Е	Г	Н	И	К	Л	М	О	Р	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	0

- Помогите Юре понять, какой новый пароль установила Катя.

- Четыре фразы на русском языке записываются без знаков препинания и пробелов. Для зашифрования каждой фразы используются неизвестные последовательности цифр  $x_1, x_2, \dots$ . Буквы во фразе последовательно заменяются на пары цифр согласно таблице 1 (к однозначным числам слева дописывается 0: например, **А** будет заменяться на **01**). Зашифрование состоит в преобразовании получившейся цепочки цифр по следующему правилу. К первой цифре цепочки прибавляем цифру  $x_1$  и записываем последнюю цифру суммы, потом ко второй цифре цепочки прибавляем  $x_2$  и также записываем последнюю цифру суммы и т.д. Результат зашифрования выглядит следующим образом:

- 2079077685722720493646024432229042437645009906581696071893
- 844744198859948828135472986613532898757340
- 97454413736484933027354298761772100667
- 0532934352824011060255211776416823155074855770053504437252900356

- Известно, что две фразы зашифрованы с помощью одной и той же последовательности. Укажите, какие именно (ответ обосновать).



# XIX

## МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ И КРИПТОГРАФИИ

8-9 КЛАСС  
ВАРИАНТ 2

1. Подсчитайте, сколько всего существует натуральных чисел, которые не превосходят число 841 и не имеют с ним общих делителей, отличных от 1.

2. Дан треугольник  $\triangle ABC$ , в котором  $AB = 89$ ,  $AC = 53$ ,  $\angle BAC = 73^\circ$ . Только с помощью циркуля и линейки построить треугольник  $\triangle DEF$  со сторонами  $DE=91$ ,  $EF=55$  и углом между ними  $\angle DEF = 57^\circ$ .

3. Для передачи сообщения на русском языке Крокодил Гена и Чебурашка предпринимают следующие действия. Каждый из них выбирает свою последовательность, состоящую из целых чисел в пределах от 0 до 32 с количеством чисел, равным длине сообщения. Буквы сообщения заменяются числами согласно таблице 1. Сначала Гена шифрует сообщение, используя свою последовательность: числовое значение первой буквы сообщения и первое число его последовательности складываются, а полученная сумма заменяется остатком от деления на 33 и переводится обратно в буквенный вид согласно таблице 1. Затем эта процедура повторяется для вторых, третьих и т.д. чисел сообщения и последовательности. Полученный результат: **ЁЛИСУВШЮЦОМОВЫЗПЭЪМО** передаётся Чебурашке. Затем Чебурашка шифрует это зашифрованное сообщение с помощью своей последовательности и передает Гене: **ЪЭЛВШРЕЭЭТЖЦЮИГВФБСЦХ**. Гена отнимает от числовых значений букв полученного сообщения числа своей последовательности (к отрицательной разнице прибавляется число 33) и передаёт результат Чебурашке: **ЖЪЫХЙТСЖЫАШШЪЯМЪШЗЪВГ**. Какое сообщение зашифровал Крокодил Гена?

4. Для зашифрования фразы был взят кубик Рубика с нанесенными на гранях русскими буквами. Развертка кубика показана на рисунке 1. Затем грани последовательно повернули по часовой стрелке на  $90^\circ$  определенное число раз: грань 1 – шесть раз; затем грань 2 – один раз; грань 3 – три раза; грань 4 – два; грань 5 – пять и, наконец, грань 6 – четыре раз. Затем каждая буква фразы отыскивалась на грани кубика и заменялась на букву этой же грани, которая следует за ней по часовой стрелке (так, например, для рисунка 1 буква **А** перейдет в букву **Б**, буква **П** в **С**). Буквы, находящиеся в центре грани, не заменялись. Получилось: **ЗЕВЖУЗЛШЕМТГ**. Прочтите исходное сообщение.

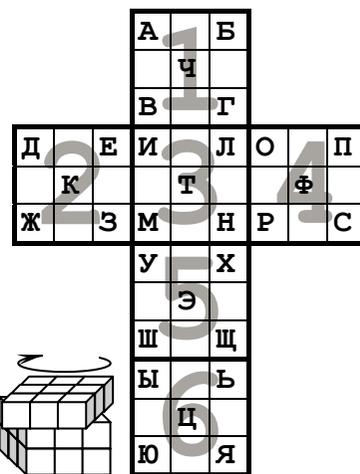


Рисунок 1

5. Для доступа к общему почтовому ящику в Интернете Катя и Юра пользуются паролем **ЛАМПА**. Катя решает сменить этот пароль на новый (осмысленное слово русского языка из пяти букв). Новый пароль передается по сети Юре в зашифрованном виде. Зашифрование осуществляется так: первые буквы нового и старого пароля заменяются числами согласно таблице 1, затем эти числа складываются, а полученная сумма заменяется остатком от деления на 33. Таким

Таблица 1

А	Б	В	Г	Д	Е	Ё	Ж	З	И	Й	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	0

же образом затем поступают со вторыми буквами паролей, затем с третьими и т.д. После процедуры расшифрования Юра получил нечитаемый пароль из английских букв: **XQPPA**. Оказалось, что программа расшифрования Юры была настроена на работу с английским алфавитом. При этом перед расшифрованием программа приводила числовые значения поступившего зашифрованного пароля и старого пароля к остаткам от деления на 26, а расшифрование заключалось в нахождении их разностей (к отрицательной разнице прибавлялось число 26), которые приводились к буквенному виду согласно таблице 2.

Таблица 2

А	В	С	Д	Е	Г	Н	И	Ј	К	Л	М	Н	О	Р	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	0

Помогите Юре понять, какой новый пароль установила Катя.

6. Четыре фразы на русском языке записываются без знаков препинания и пробелов. Для зашифрования каждой фразы используются неизвестные последовательности цифр  $x_1, x_2, \dots$ . Буквы во фразе последовательно заменяются на пары цифр согласно таблице 1 (к однозначным числам слева дописывается 0: например, **А** будет заменяться на **01**). Зашифрование состоит в преобразовании получившейся цепочки цифр по следующему правилу. К первой цифре цепочки прибавляем цифру  $x_1$  и записываем последнюю цифру суммы, потом ко второй цифре цепочки прибавляем  $x_2$  и также записываем последнюю цифру суммы и т.д. Результат зашифрования выглядит следующим образом:

- 7850332172944591753206694451785087570456518628363393382082
- 961834847009693531893761913729308094524199
- 77511826639459847442975652697167534504
- 7572710832469238377034149847505758382025217956824162095680071406

Известно, что две фразы зашифрованы с помощью одной и той же последовательности. Укажите, какие именно (ответ обосновать).