

Решения задач второго тура олимпиады «Высшая проба»

«Электроника и вычислительная техника»

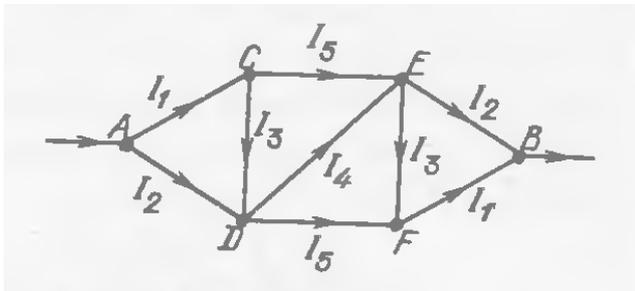
2019/2020 учебный год

11 класс

1 задание

В задании была допущена опечатка в диаметре (должен был быть 0,01мм), из-за чего сопротивление проводника получилось слишком малым, а токи – невозможно большими, поэтому рассмотрим решение задачи в общем виде.

Перерисуем схему и обозначим токи.



Полученную схему не удастся упростить путем разъединения или соединения узлов (или путем удаления каких-нибудь проводников), чтобы упрощенная схема представляла собой лишь параллельные и последовательные соединения проводников. Однако, благодаря симметрии схемы, некоторые токи будут равны, см. рис. 2, таким образом, в схеме 5 неизвестных токов: I_1 , I_2 , I_3 , I_4 , I_5 .

Первый закон Кирхгофа для узлов C и F:

$$I_1 = I_3 + I_5.$$

Первый закон Кирхгофа для узлов D и E:

$$I_2 + I_3 = I_4 + I_5.$$

По второму закону Кирхгофа запишем 3 уравнения:

$$R(I_2 + I_5 + I_1) = U_{AB},$$

$$R(I_3 + I_4) = RI_5,$$

$$R(I_1 + I_3) = RI_2.$$

где R — сопротивление каждого резистора. Таким образом, мы получили 5 уравнений с 5ю неизвестными. Решая ее, выразим все токи в цепи через ток I_1 :

$$I_2=6I_1/5, I_3=I_1/5, I_4=3I_1/5, I_5=4I_1/5.$$

Выразим U_{AB} :

$$U_{AB}=R(I_1+6I_1/5+4I_1/5)$$

Следовательно, $U_{AB}/I_1=3R$.

Учитывая, что сопротивление цепи R_{AB} удовлетворяет уравнению $R_{AB}=U_{AB}/(I_1+I_2)$, находим, что:

$$R_{AB}=U_{AB}/(I_1+I_2)=U_{AB}/(I_1+6I_1/5)=(5U_{AB})/(11I_1).$$

Отсюда с учетом полученного выше соотношения искомое сопротивление равно:

$$R_{AB}=15R/11.$$

$$R = \rho * L/S$$

Ток источника будет равен:

$$I_{ист.} = E/R$$

Разность потенциалов между С и F:

Т.к. ток между точками А и С равен току между точками F и В, то сопротивление и падение напряжения между этими точками тоже равны.

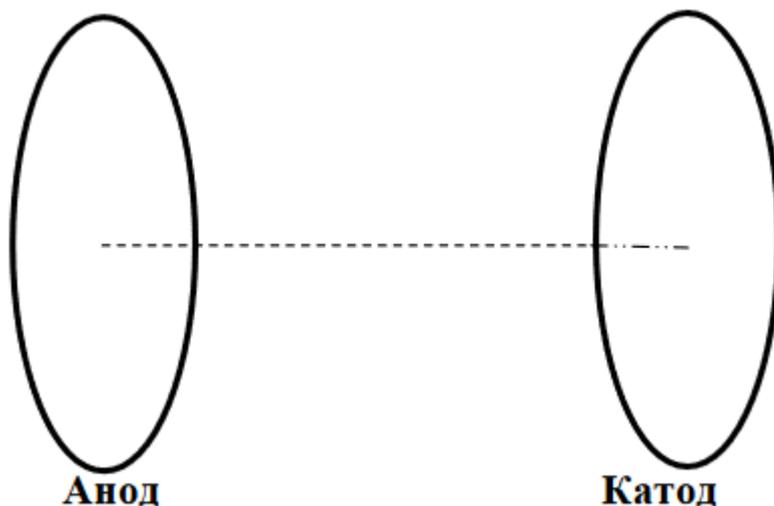
$$U_{CF} = E - 2U_{AC}$$

$$U_{AC} = I_1 * R = R * U_{AB}/3R = U_{AB}/3 = E/3$$

$$U_{CF} = E - 2E/3 = E/3$$

2 задание

Электрон вылетает с анода на катод, что схематически можно зарисовать в следующем виде:



А) Запишем $E = \frac{F}{q}$ из закона Кулона и формулы напряженности электрического поля и $F = ma$ из второго закона Ньютона.

Тогда, приняв ось между электродами за ось x , получим:

$$a_x = \frac{E_1 q_e}{m_e} .$$

Начальная скорость электрона при вылете с катода равна нулю. Тогда уравнение движения примет вид:

$$S_x = \frac{a_x t^2}{2}$$

Отсюда выразим и рассчитаем время пролёта:

$$t = \sqrt{\frac{2S_x}{a_x}} = \sqrt{\frac{2S_x m_e}{E_1 q_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{10^4 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}} \approx 1,5 \cdot 10^{-8} \text{ с}$$

Б) Поскольку дополнительное электрическое поле параллельно направлению движения электрона, то оно будет либо ускорять, либо замедлять

его прибытие на катод в зависимости от того, сонаправлено или противонаправлено это поле относительно основного поля между катодом и анодом (верным является рассмотрение любого из этих двух случаев). Тогда:

$$\frac{S_x}{2} = \frac{a_x t_1^2}{2},$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{S_x}{a_x}}$$

$$a_{x2} = \frac{(E_1 \pm E_2)q_e}{m_e}, \text{ где поля складываются в случае сонаправленности и}$$

вычитаются в случае противонаправленности.

При этом на второй половине пути электрон будет двигаться со скоростью:

$$v = a_x t_1,$$

а общее уравнение движения на второй половине пути:

$$S_x = \frac{a_{x2} t_2^2}{2} + vt_2.$$

При решении квадратного уравнения получаем два корня, один из которых мы можем отбросить. Тогда для двух случаев направленности поля:

$$t' = t_1 + t_2 \approx 1,453 \cdot 10^{-8} \text{ с для сонаправленных полей и}$$

$$t' = t_1 + t_2 \approx 1,505 \cdot 10^{-8} \text{ с для противонаправленных полей.}$$

Тогда для этих двух случаев:

$$\Delta t = 4,87 \cdot 10^{-11} \text{ с}, \Delta t = 4,65 \cdot 10^{-10} \text{ с}.$$

В) В данном случае направления движения катода относительно анода можно интерпретировать достаточно вольным образом. Однако, если взять для примера случай, когда катод двигается от анода по оси движения электрона,

отдаляясь от него, решения получающегося квадратного уравнения для первой половины пути даст два корня, один из которых не несёт физического смысла, а другой до нескольких знаков после запятой равен аналогичному времени для случая Б. Нетрудно убедиться, что то же самое будет верно и для движения катода в любую другую сторону. Из этого можно сделать вывод, что скорость движения катода относительно анода настолько мала, что время прилёта электрона останется практически тем же, независимо от направления движения катода. Поэтому ответы практически не отличаются от того, что было получено в Б.

3 задание

1. Пакет показаний включает в себя:

- a. ID $(999-100+1)$ – 10 бит
- b. Тип датчика – 1 бит
- c. Показания:
 - i. Температуры $(60-(-50)+1)$ – 7 бит
 - ii. Влажности $(100-0+1)$ – 7 бит

Всего в системе 10 датчиков, тогда размер пакета, который отправляется с первичного сервера равен $10*(10+1+7)=10*18=180$ бит.

Ответ: 180 бит.

2. Данные о влажности проходят следующий путь:

Снятие -> первичный сервер -> центральный сервер. При этом температура приходит на первичный сервер на 2 секунды позже, а пакет данных формируется 30 секунд,

Показания влажности занимают 7 бит (см. пункт 1), тогда:

$7/4$ (передача от датчика к первичному серверу)+2(задержка из-за ожидания данных по температуры)+30(формирование

пакета)+180/7*8(передача от первичного сервера к центральному)=1.75+32+3.22=36.97=37

Ответ: 37 секунд

3. Так как средняя температура округляется до целого – ее значение занимает 7 бит, исходящая скорость запроса со смартфона 10 бит/с, входящая скорость (скорость загрузки) 256 бит/с, запрос к серверу со смартфона занимает 32 байта (по условию). Тогда необходимое время:

$$7/256+32*8/10=25,63$$

Ответ: 26 секунд.

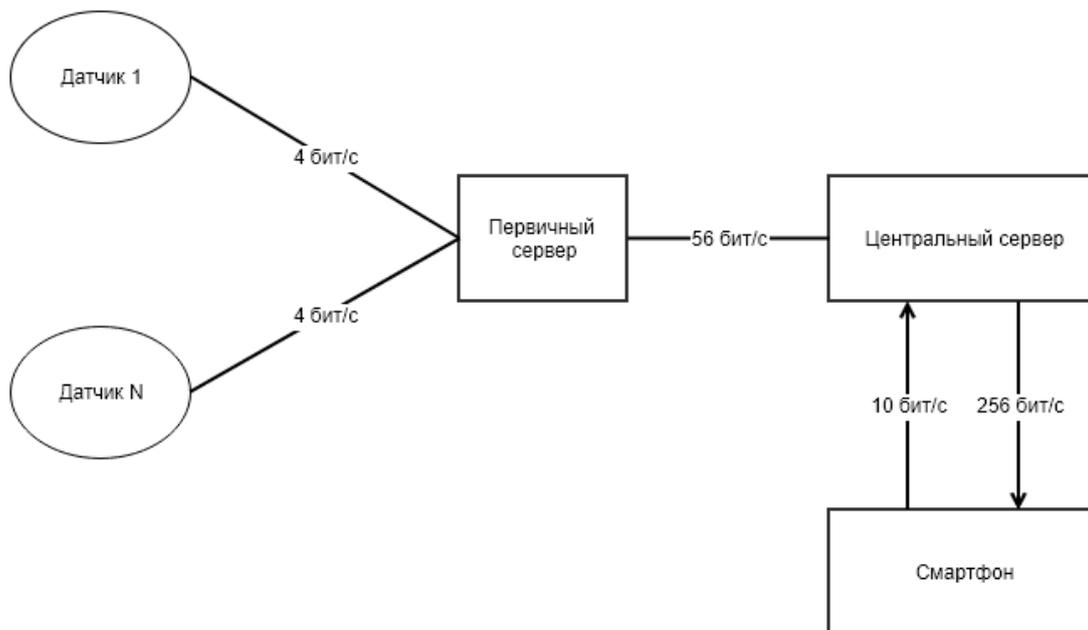
4. Один пакет занимает 180 бит, пакеты направляются каждые 5 минут, тогда за один час направляется 12 пакетов, тогда всего $12*24=288$ пакета, которые займут 51840 бит или 6480 байт или 5.8Кбайт. Следует учитывать, что в 00:00 была тоже отправка пакета.

Ответ: 47520 бит или 5940 байт или 5.8Кбайт

5. *Задание творческое, ответы могут быть различными.*

Например, может быть предложено увеличить скорость обращения со смартфона к Центральному серверу, или архивировать показания датчиков на Первичном сервере, чтобы уменьшить размер пакета и ускорить передачу к Центральному серверу.

Вариант графа



4 задание

Общее решение

1. Применяется метод отработки назад. Количество баз высчитывается по формуле: $D_n = F * (1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2n-1})$, где D_n это расстояние, которое можно проехать при наличии n баков топлива, вместимостью F единиц. Нужно найти наименьшее число n , при котором $D_n \geq K$, где K это расстояние, которое нужно преодолеть. Количество дополнительных баз, которые нужно создать для промежуточного хранения топлива равно $n - 1$.
2. При $D_n > K$ для расчета минимального количества единиц топлива необходимо изменить значение подсчитанного расстояние для новой базы последним числом гармонического ряда D_n , т.к. оно должно совпадать с расстоянием от родной планеты до базы. Новое расстояние высчитывается следующим образом: $C_n = K - D_{n-1}$. Затем необходимо рассчитать, сколько потребуется единиц топлива, чтобы забросить $n - 1$ полный бак на расстояние D_{n-1} .
3. Для определения, сколько потребуется баз и топлива при дополнительных условиях, необходимо определить размер опасной для размещения новых баз зоны, убрать из нее все базы, и рассчитать переброску топлива между крайними к данной зоне базами.

Численное решение

1. Определим сколько единиц топлива понадобится:

$D_n = 400 * \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39} + \frac{1}{41}\right) \approx 1001.9$. Имея 21 полный бак расстояние, которое мы сможем пролететь равно 1001.9. Таким образом, количество необходимых баз равно 20.

2. Так как $D_n > K$, где $K = 1000$ парсек, необходимо рассчитать минимальное необходимое количество топлива в последнем баке.

$C_n = 1000 - 400 * \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39}\right) \approx 8.1$ парсек – это расстояние, которое необходимо преодолеть от последней созданной базы, чтобы получилось ровно 1000 парсек. Далее рассчитываем, сколько необходимо топлива для заброса 19-ми полных баков (7600 ед. топлива) на базу на расстоянии $400 * \frac{1}{37}$ от основной базы: $2 * 8.1 * \left\lfloor \frac{7600}{400 - 2 * 8.1} \right\rfloor + 8.1 \approx 315.9$. Столько топлива нужно в последнем баке. Итого минимальное количество топлива которое необходимо для перелета равно 7915.9 ед.

3. С учетом дополнительных условий, базы, расположенные между базами на расстоянии $400 * \left(1 + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{17}\right)$ и $400 * \left(1 + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{33}\right)$ попадают в опасную зону, следовательно, их нужно убрать. По аналогии с пунктом 2 необходимо рассчитать, сколько топлива понадобится для уже 9-ти полных баков топлива (3600 ед.), чтобы доставить их на базу на расстоянии D_9 . Будем отправлять топливо с базы на расстоянии D_9 на базу, которую создадим на расстоянии D_{17} парсек. Расстояние между этими двумя базами рассчитаем по формуле: $C_{ns} = D_{17} - D_9 \approx 127.2$ парсек. Рассчитать количество топлива для преодоления этого расстояния можно по формуле: $r = 2 * C_{ns} * \left\lfloor \frac{3600}{400 - C_{ns} * 2} \right\rfloor + C_{ns}$. Получаем число 6227.9 ед. топлива. Получаем, что на базе D_{17} парсек должно быть 9827.9 ед. топлива.

Таким же образом рассчитываем количество топлива для оставшихся баз. В итоге у нас получается 13 баз и 12122 ед топлива необходимо для преодоления 1000 парсек.