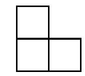
Задачи для 7 класса

1. Покажите, как вырезать 12 трёхклеточных «уголков» (см. рисунок) из доски 8×8 так, чтобы из оставшейся части доски нельзя было вырезать больше ни одного уголка. Уголки можно поворачивать.



2. Придумайте 7 различных натуральных чисел, сумма которых равна их наименьшему общему кратному.

3. На стороне CD квадрата $ABCD$ отмечена точка E. Биссектрисы углов EAB и EAD пересекают стороны BC и CD в точках M и N соответственно. На луче AE отмечена такая точка F, что $AF = AB$. Докажите, что F лежит на прямой MN.

4. Назовём натуральное число хорошим, если все цифры, входящие в его запись, повторяются в ней хотя бы дважды (например, 1522521 — хорошее, 1522522 — нет). Сколько существует пятизначных хороших чисел без нуля в записи?

5. Медиантой двух несократимых дробей $\frac{m}{n}$ и $\frac{p}{q}$ называется несократимая дробь, значение которой равно $\frac{m+p}{n+q}$. Пусть z — медианта для x и y, u — медианта для x и z, а v — медианта для y и z. Можно ли утверждать, что z — медианта для u и v?

6. В этой таблице 12 чисел закрасили в синий цвет, а другие 12 — в красный, причём сумма синих чисел в 4 раза больше, чем сумма красных. А какое число осталось незакрашенным?

5	11	7	12	1
34	13	2	22	17
24	51	9	51	19
16	32	10	20	42
27	2017	67	99	100

7. См. задания для 6 класса, задача 8.

8. Квадратный лес разбит на миллион равных квадратов, в центре каждого из которых растёт дерево. Некоторые деревья можно спилить, тогда вместо них появляются пни. Говорят, что с одного пня виден другой, если на отрезке, соединяющем их, нет ни одного дерева (хотя на нём могут располагаться другие пни). Какое максимальное количество деревьев можно спилить, чтобы ни с одного пня не был виден ни один другой пень? Считайте, что деревья и пни не имеют толщины.