

## Задачи для 11 класса

1. Прямоугольник  $11 \times 12$  разрезан на несколько полосок  $1 \times 6$  и  $1 \times 7$ . Каково минимальное суммарное количество полосок?
2. Найдите наименьшее возможное значение выражения

$$\left(\frac{xy}{z} + \frac{zx}{y} + \frac{yz}{x}\right)\left(\frac{x}{yz} + \frac{y}{zx} + \frac{z}{xy}\right),$$

где  $x, y, z$  — ненулевые вещественные числа.

3. Существует ли пятизвенная неплоская замкнутая ломаная, все звенья которой равны, а каждые два соседних звена перпендикулярны?
4. Пусть все углы треугольника  $ABC$  меньше  $120^\circ$  и  $AB \neq AC$ . Рассмотрим точку  $T$  внутри треугольника, для которой  $\angle BTC = \angle CTA = \angle ATB = 120^\circ$ . Пусть прямая  $BT$  пересекает сторону  $AC$  в точке  $E$ , а прямая  $CT$  пересекает сторону  $AB$  в точке  $F$ . Докажите, что прямые  $EF$  и  $BC$  пересекаются в некоторой точке  $M$ , причём  $MB : MC = TB : TC$ .
5. Сколько существует троек натуральных чисел  $(a, b, c)$ , образующих арифметическую прогрессию ( $a < b < c$ ), для которых числа  $ab + 1$ ,  $bc + 1$  и  $ca + 1$  являются точными квадратами?