

## Задачи для 10 класса

1. В нескольких пакетах лежат 20 конфет, причём нет двух пакетов с одинаковым числом конфет и нет пустых пакетов. При этом некоторые пакеты могут лежать в других пакетах (тогда считается, что конфета, лежащая во внутреннем пакете, лежит и во внешнем). Но запрещено делать так, чтобы в каком-то пакете лежал пакет с пакетом внутри. Каково максимально возможное количество пакетов?

2. Найдите наименьшее возможное значение выражения

$$\left(\frac{xy}{z} + \frac{zx}{y} + \frac{yz}{x}\right)\left(\frac{x}{yz} + \frac{y}{zx} + \frac{z}{xy}\right),$$

где  $x, y, z$  — ненулевые вещественные числа.

3. Все углы выпуклого восьмиугольника равны, а все стороны имеют рациональную длину. Докажите, что у него есть центр симметрии.

4. Петя и Вася играют в игру. У них есть полоска из 10 клеток. Каждым ходом игрок вписывает любую цифру в любую свободную клетку. Однако ходят они не по очереди. Сначала Петя делает столько ходов, сколько захочет (но меньше 10); потом он просит Васю сделать один ход; после этого Петя делает все оставшиеся ходы. Петя выигрывает, если результирующее число окажется точным квадратом; в противном случае выигрывает Вася. При этом они считают, что число может начинаться с одного или нескольких нулей. У кого из игроков есть выигрышная стратегия?

5. Пусть все углы треугольника  $ABC$  меньше  $120^\circ$  и  $AB \neq AC$ . Рассмотрим точку  $T$  внутри треугольника, для которой  $\angle BTC = \angle CTA = \angle ATB = 120^\circ$ . Пусть прямая  $BT$  пересекает сторону  $AC$  в точке  $E$ , а прямая  $CT$  пересекает сторону  $AB$  в точке  $F$ . Докажите, что прямые  $EF$  и  $BC$  пересекаются в некоторой точке  $M$ , причём  $MB : MC = TB : TC$ .