

Международная математическая олимпиада  
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»

2016/2017 год. Первый тур

Задачи для 9 класса

*Пожалуйста, не забудьте обосновать ответы.*

1. Из книжки выпал фрагмент, состоящий из 96 листов (каждый лист — это пара страниц). Может ли сумма номеров всех этих страниц равняться 20170?
2. Все вершины 789-угольника отмечены красным цветом, а внутри него лежат ещё 615 красных точек. Никакие три красных точки не лежат на одной прямой. Многоугольник разбит на треугольники, вершинами которых являются все красные точки, и только они. Сколько этих треугольников?
3. Пусть  $a, b, c, d, e, f$  — положительные числа. Какие значения может принимать выражение

$$\frac{ab}{(f+a)(b+c)} + \frac{cd}{(b+c)(d+e)} + \frac{ef}{(d+e)(f+a)}?$$

4. Диагонали параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $E$ . Биссектрисы углов  $DAE$  и  $EBC$  пересекаются в точке  $F$ . Найдите величину угла  $AFB$ , если  $ECFD$  — параллелограмм.
5. Диагонали граней почтового ящика равны 4, 6 и 7 дециметрам. Поместится ли мяч диаметром 2 дециметра в такой ящик?
6. Алексей решил купить три комплекта редких марок (для себя и двух друзей). Один комплект состоит из трёх марок А, Б и В. В интернете он нашёл три магазина, но каждый из них продавал марки парами. Первый магазин продавал комплект «марка А + марка Б» за 200 рублей, второй продавал комплект «марка Б + марка В» за 300 рублей, а в третьем комплект «марка В + марка А» стоил  $x$  рублей. Алексей подсчитал минимальное количество денег, необходимое для покупки. Потом, однако, он подумал, что хотел бы посетить только два каких-нибудь магазина из этих трёх. Из-за этого условия минимально необходимое количество денег увеличилось на 120 рублей. Чему мог равняться  $x$ ?
7. Представьте двучлен  $33x^4 + 578$  в виде суммы квадратов как можно меньшего числа многочленов с целыми коэффициентами.