

Международная математическая олимпиада  
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»

2016/2017 год. Первый тур

Задачи для 8 класса

*Пожалуйста, не забудьте обосновать ответы.*

1. Может ли сумма 44 натуральных чисел быть в 4 раза больше, чем их произведение?
2. Из книжки выпал фрагмент, состоящий из 96 листов (каждый лист — это пара страниц). Может ли сумма номеров всех этих страниц равняться 20170?
3. Пусть  $a, b, c, d, e, f$  — положительные числа. Какие значения может принимать выражение

$$\frac{ab}{(f+a)(b+c)} + \frac{cd}{(b+c)(d+e)} + \frac{ef}{(d+e)(f+a)}?$$

4. Диагонали параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $E$ . Биссектрисы углов  $DAE$  и  $EBC$  пересекаются в точке  $F$ . Найдите величину угла  $AFB$ , если  $ECFD$  — параллелограмм.
5. На столе лежат грузы массой 150, 151, 152, ..., 200 граммов (по одному грузу каждой массы). Петя может выбрать один или несколько грузов и взвесить их. Сколько различных масс он может получить таким образом?
6. Три треугольника расположены так, что их пересечение и объединение — четырёхугольники. Могут ли эти два четырёхугольника иметь вместе 6 прямых углов?
7. В школе для девочек любые две ученицы либо дружат, либо враждуют между собой. Школа называется успешной, если выполняется хотя бы одно из следующих условий:
  - 1) существуют 100 девочек  $A_1, A_2, \dots, A_{100}$  таких, что  $A_1$  дружит с  $A_2$ ,  $A_2$  дружит с  $A_3$ , ...,  $A_{99}$  дружит с  $A_{100}$ ;
  - 2) существуют 7 девочек  $B_1, \dots, B_7$  таких, что  $B_1$  враждует с  $B_2$ ,  $B_3$  — с  $B_4$ , а  $B_6$  враждует с  $B_5$  и  $B_7$ .Найдите максимальное количество учениц, при котором школа может не оказаться успешной.