

Международная математическая олимпиада  
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»  
2016/2017. Заключительный этап

## Задачи для 8 класса

1. Сумма цифр натурального числа равна 2017. При этом, какие бы десять подряд идущих цифр числа мы не рассмотрели, все они различны. Сколько цифр может быть в числе? Укажите все варианты ответа и докажите, что других нет.
2. Докажите, что прямоугольник  $1 \times 10$  можно разрезать на 7 частей и составить из них квадрат.
3. Внутри треугольника  $ABC$  отмечена точка  $D$  такая, что  $BD + AC < BC$ . Докажите, что  $\angle DAC + \angle ADB > 180^\circ$ .
4. У Флинта есть пять матросов и 60 золотых монет. Он хочет разложить монеты по кошелькам, а потом раздать кошельки матросам так, чтобы каждому досталось поровну монет. Но он не знает, сколько матросов останутся в живых к моменту делёжки. Поэтому он хочет разложить монеты так, чтобы их можно было поровну раздать и двоим, и троим, и четверым, и пятерым. Какое наименьшее количество кошельков ему понадобится? Не забудьте доказать, что найденное вами количество — наименьшее.
5. На доске  $8 \times 8$  клеток можно расположить несколько доминошек (то есть прямоугольников из двух клеток), не накладывающихся друг на друга. Пусть  $N$  — количество способов положить так 32 доминошки, а  $S$  — количество способов положить так 16 доминошек. Что больше —  $N$  или  $S$ ? Способы, которые получаются друг из друга поворотом или отражением доски, считаются различными.