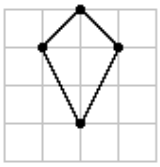
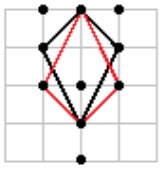
Международная математическая олимпиада
«Формула Единства» / «Третье тысячелетие»

2016/2017. Заключительный этап

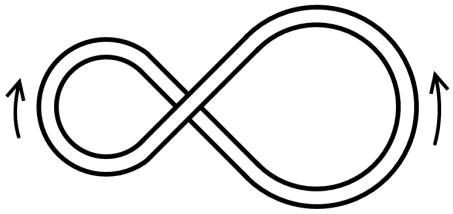
Задачи для 5 класса

1. Паша рисует точки на пересечении линий клетчатой бумаги. Ему нравится, когда четыре точки образуют фигуру «воздушный змей», показанную справа (змей должен быть именно такой формы и размера, но может быть повёрнут). Например, 10 точек, показанные на втором рисунке, образуют всего два змея. Нарисуйте 10 точек так, чтобы они образовали целых пять змеев.





2. Том и Джерри бегают друг за другом по трассе в виде восьмёрки (см. рисунок). Они бегут в одном направлении и с постоянными скоростями. В начальный момент Джерри был точно над Томом. Через 20 минут Том оказался точно над Джерри, причём ни один из них не успел пробежать трассу полностью. Ещё через 10 минут Том вернулся в место старта. Через какое время после начала бега Том догонит Джерри?



3. Двое играют в такую игру. Они по очереди называют трёхзначные числа, у которых нет нулей в записи, а сумма цифр делится на 9. При этом каждое следующее число должно начинаться с той же цифры, на которую кончается предыдущее, например: $351 - 189 - 936 - 621 \ldots$ Повторять числа нельзя. Тот, кто не может назвать очередное число, проигрывает. Кто из игроков — начинающий или его соперник — может выиграть независимо от игры другого?

4. У Флинта есть пять матросов и 60 золотых монет. Он хочет разложить монеты по кошелькам, а потом раздать кошельки матросам так, чтобы каждому досталось поровну монет. Но он не знает, сколько матросов останутся в живых к моменту делёжки. Поэтому он хочет разложить монеты так, чтобы их можно было поровну раздать и двоим, и троим, и четверым, и пятерым. Хватит ли ему для этого девяти кошельков?

5. На доске 8×8 клеток можно расположить несколько доминошек (то есть прямоугольников из двух клеток), не накладывающихся друг на друга. Пусть N — количество способов положить так 32 доминошки, а T — количество способов положить так 24 доминошки. Что больше — N или T? Способы, которые получаются друг из друга поворотом или отражением доски, считаются различными.